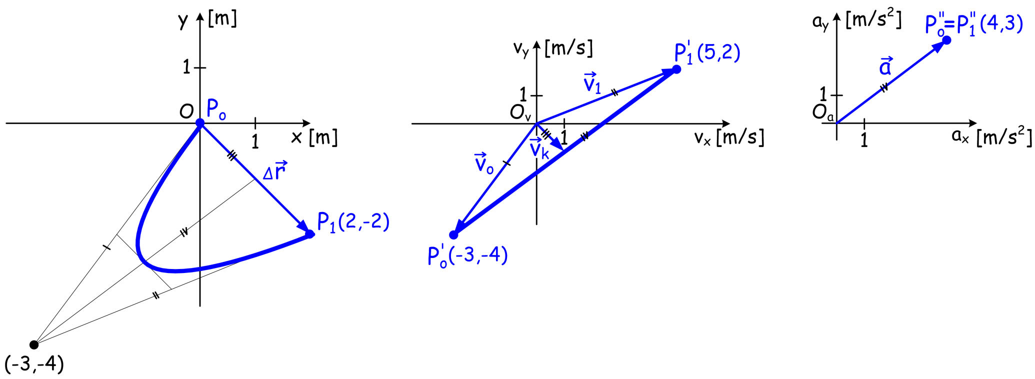
$\boxed{1}$ Ismert a $[0,\, t_1 = 2\,\mathrm{s}]$ időintervallumban mozgó tömegpont (TP) $\vec{r} = \vec{b}\,t + \vec{c}\,t^2$ mozgástörvénye, melyben $\vec{b} = (-3\vec{e}_x - 4\vec{e}_y)$ m/s és $\vec{c} = (2\vec{e}_x + 1{,}5\vec{e}_y)$ m/s^2 adott.

a. Határozza meg a tömegpont időintervallum kezdetét jelölő időpillanatban elfoglalt (indítási) helyzetéből a t_1 idő múlva (intervallum végét jelölő időpillanatban) elért helyzetébe mutató $\Delta\vec{r}$ elmozdulásvektort!
b. Szerkessze meg az adott időintervallum alatt a tömegpont által leírt pályát, az ehhez tartozó sebességvektorok végpontjai által adott hodográfot, rajta a $\vec{v}_k$ közepes sebességvektort, valamint a gyorsulásvektorokat tartalmazó ábrát!

Megoldás: $\Delta\vec{r} = (2\vec{e}_x - 2\vec{e}_y)$ m, $\vec{v}(t) = \vec{b} + 2\vec{c}\,t = (-3 + 4t)\vec{e}_x + (-4 + 3t)\vec{e}_y$, $\vec{a} = 2\vec{c} = (4\vec{e}_x + 3\vec{e}_y)$ m/s^2

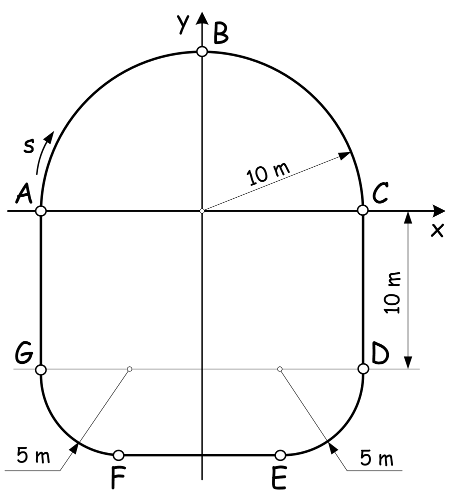


$\boxed{2}$ Ismert a $[0,\, t_1 = \pi/2\,\mathrm{s}]$ időintervallumban a mozgó tömegpont mozgástörvénye $\vec{r} = \vec{c}_1 \cos bt + \vec{c}_2 \sin bt$ alakban, ahol $b = 5$ rad/s, $\vec{c}_1 = (3\vec{e}_x + 4\vec{e}_y)$ m és $\vec{c}_2 = (\vec{e}_y + 2\vec{e}_z)$ m.

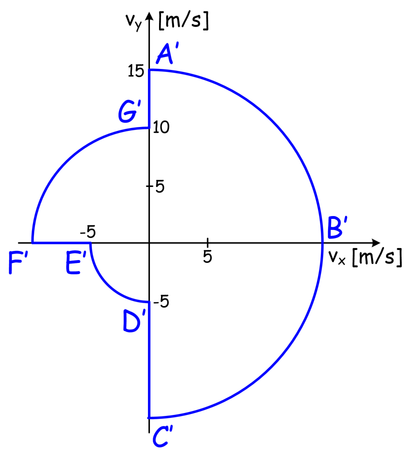
a. Számítsa ki a mozgó tömegpont adott időintervallumbeli $\Delta\vec{r}$ elmozdulásvektorát és $\vec{v}_k$ közepes sebességét!
b. Határozza meg a tömegpont mozgástörvényéből $\vec{v}(t)$ és $\vec{a}(t)$ függvényeket!
c. Írja fel a vetületi mozgások egyenleteit!

Megoldás: $\Delta\vec{r} = (-3\vec{e}_x - 3\vec{e}_y + 2\vec{e}_z)$ m, $\vec{v}_k = (-\frac{6}{\pi}\vec{e}_x - \frac{6}{\pi}\vec{e}_y + \frac{4}{\pi}\vec{e}_z)\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, $\vec{v}(t) = -b\vec{c}_1 \sin bt + b\vec{c}_2 \cos bt$, $\vec{a}(t) = -b^2\vec{c}_1 \cos bt - b^2\vec{c}_2 \sin bt$ $x(t) = 3\cos bt$, $y(t) = 4\cos bt + \sin bt$, $z(t) = 2\sin bt$

$\boxed{3}$ Egy tömegpont az ábrán vázolt pályán mozogva A pontból indulva a köríves szakaszokat állandó pályasebességgel, az egyenes szakaszokat állandó gyorsulással futja be. Ismertek az A, D és F pontban a $v_A = 15$ m/s, $v_D = 5$ m/s és $v_F = 10$ m/s pillanatnyi sebességértékek. Rajzolja meg a hodográfot!



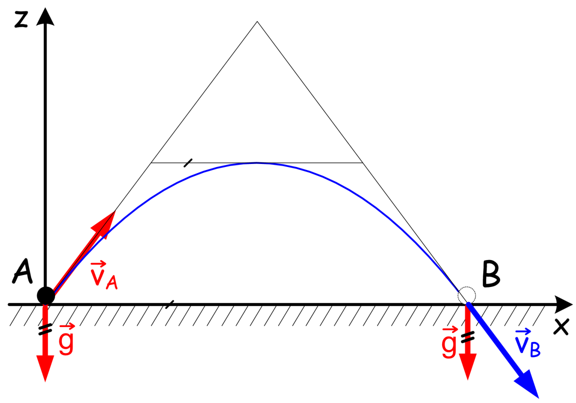
Megoldás:

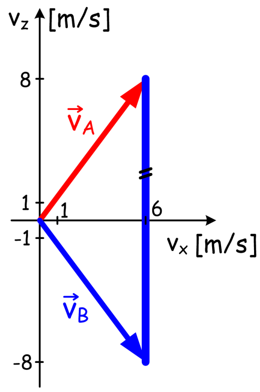


4 Vízszintes talajon vett A pontból $\vec{v}_A = (6\vec{e}_x + 8\vec{e}_z)\,\mathrm{m/s}$ kezdősebességgel indított tömegpont a rá ható $\vec{g} = (-10\vec{e}_z)\,\mathrm{m/s^2}$ gravitációs gyorsulás hatására ismét talajt ér B jelű pontban.

a. Számítsa ki a talajt érésig eltelt t_B időt!
b. Rajzolja meg a mozgás A és B pontok közötti pályáját és hodográfját!
c. Határozza meg az indítás és az ismételt talajt érés pillanatában a pálya ρ_A és ρ_B görbületi sugarát!

Megoldás: $\vec{v}_B = (6\vec{e}_x - 8\vec{e}_z)\,\mathrm{m/s},\ t_B = 1,6\,\mathrm{s},\ \rho_A = \rho_B = 16,\dot{6}\,\mathrm{m}$



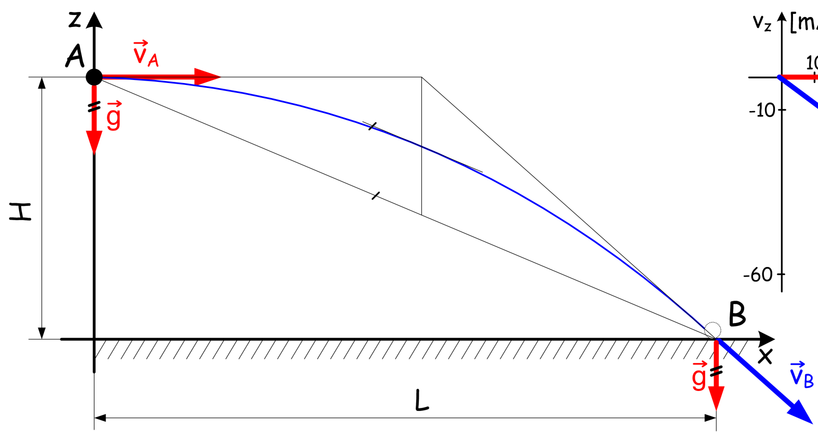


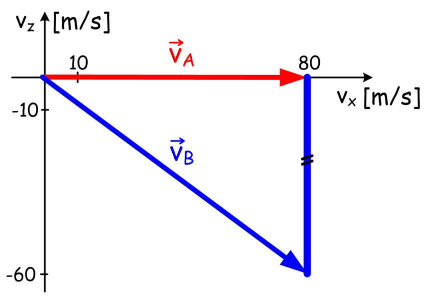
5 Vízszintes talaj felett H magasságban lévő A pontból vízszintes irányú, $v_A = 80\,\mathrm{m/s}$ kezdősebességgel elhajított tömegpont $t_B = 6\,\mathrm{s}$ múlva B pontban talajt ér miközben reá csak a $\vec{g} = (-10\vec{e}_z)\,\mathrm{m/s^2}$ gravitációs gyorsulás hat.

a. Rajzolja meg a hodográfot, majd annak segítségével számítsa ki a kiindulási helyzet H magasságát, és a hajítás L távolságát (A és B pontok vízszintes távolságát) és szerkessze meg a leírt pályát!

b. Határozza meg a B pontban a pálya ρ_B görbületi sugarát!

Megoldás: $\vec{v}_B = (80\vec{e}_x - 60\vec{e}_z)\ \mathrm{m/s},\ H = 180\,\mathrm{m},\ L = 480\,\mathrm{m},\ \rho_B = 1250\,\mathrm{m}$



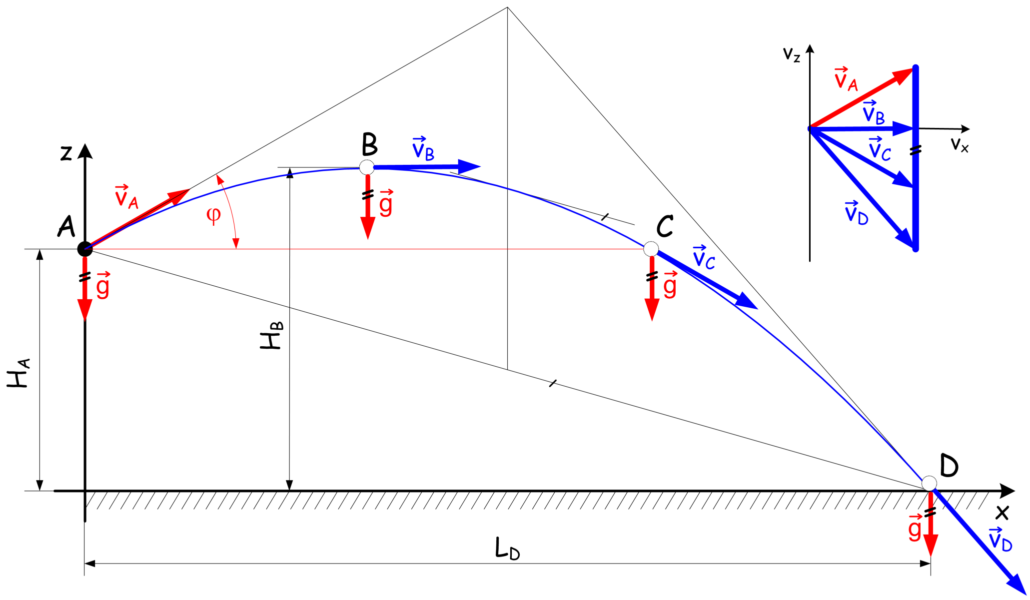


6 Vízszintes talaj felett $H_A = 100\,\mathrm{m}$ magasságban lévő A pontból ferde hajítással ($\varphi = 30^o$) felfelé elindított $v_A = 80\,\mathrm{m/s}$ kezdősebességű tömegpont állandó $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$ gravitációs gyorsulás mellett mozog, míg végül D pontban talajt ér.

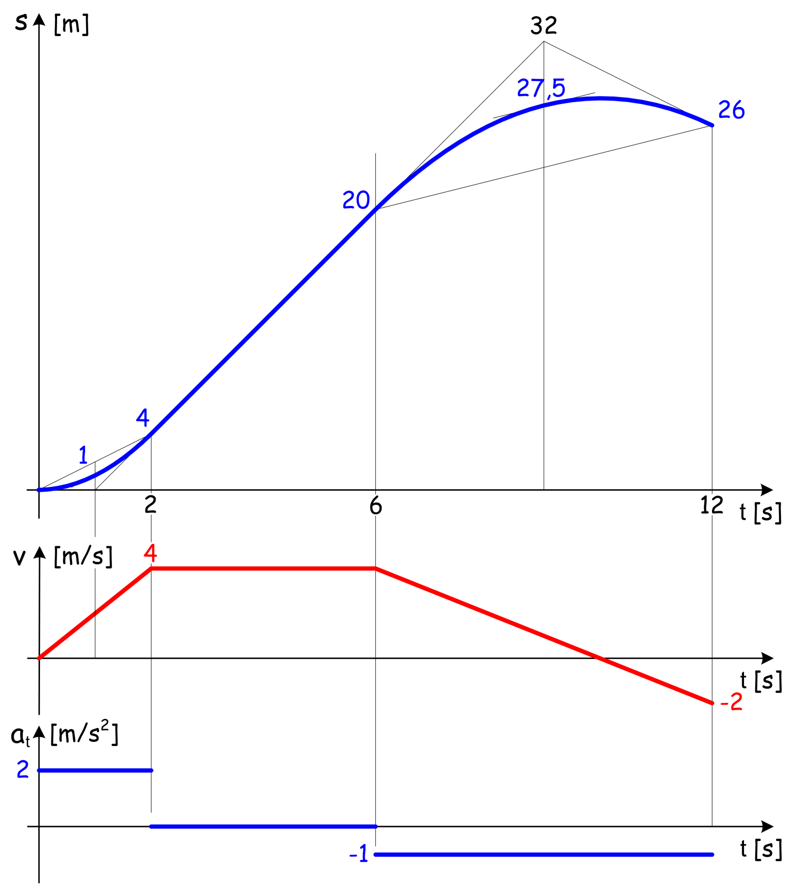
a. Számítsa ki, hogy a TP mikor ér a pálya B delelőpontjába (t_B =?) és ekkor milyen H_B magasságba emelkedik!

b. Határozza meg az A kiindulási ponttal egy magasságban lévő C pontban a TP pályának ρ_C görbületi sugarát!
c. Számítsa ki, hogy a tömegpont mikor érkezik meg pályája C, illetve a földre érkezés D pontjába!
d. Adja meg a hajítás vízszintes L_D vetületi távolságát!
e. Szerkessze meg a ferde hajítás pályáját és hodográfját!

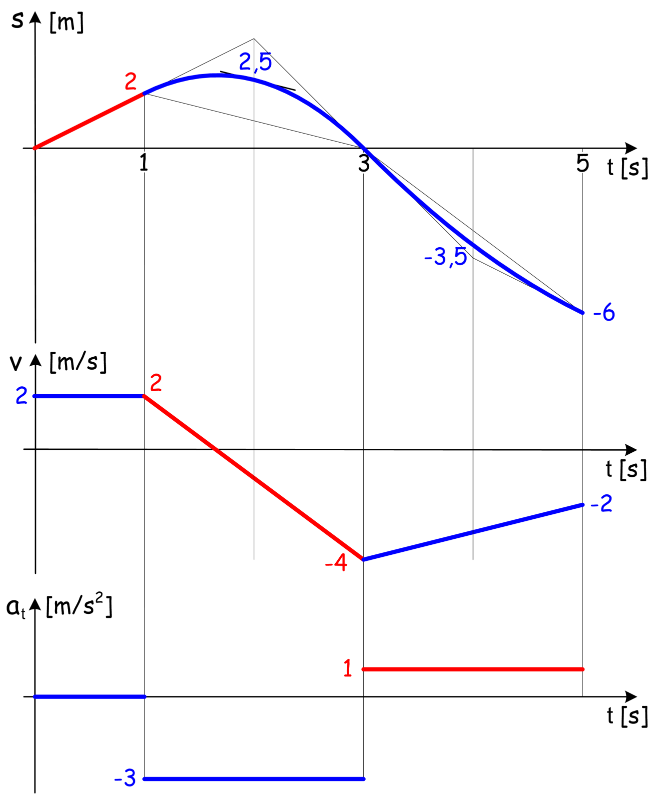
Megoldás: $t_B = 4\,\mathrm{s}$, $H_B = 180\,\mathrm{m}$, $\rho_C = 739{,}01\,\mathrm{m}$, $t_C = 8\,\mathrm{s}$, $t_D = 10\,\mathrm{s}$, $L_D = 692{,}82\,\mathrm{m}$



7 A tömegpont $[0, 12\,\mathrm{s}]$ intervallumon vizsgált mozgásának $v(t)$ sebesség-idő diagramja ismert. Rajzolja meg a hiányzó foronomiai görbéket, ha $s_o = 0$!



8 A tömegpont $[0, 5\,\mathrm{s}]$ intervallumon vizsgált mozgásának foronomiai görbéin a pirossal bejelölt részek ismertek. Rajzolja meg a hiányzó szakaszokat a jellemző metszékek számértékeinek feltüntetése mellett!

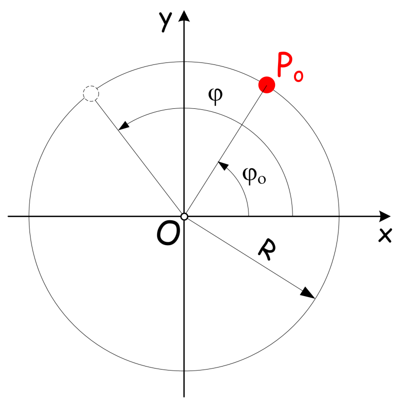


9 A $[0, t_1 = 2,5\,\mathrm{s}]$ időintervallumban vizsgált, $R = 5\,\mathrm{m}$ sugarú körpályán mozgó TP a $\varphi = c_o + c_1 t^2$ mozgástörvény szerint közlekedik, amelyben $c_o = 1,5\,\mathrm{rad}$ és $c_1 = 4\,\mathrm{rad/s^2}$.

a. Határozza meg adott időintervallumra a TP közepes sebességének v_k nagyságát!

b. Számítsa ki a t_1 időpillanatban a v_1 pályasebességet, az a_{1t} pályagyorsulást és az a_{1n} normális gyorsulást!

Megoldás:
$v_k = 0,266\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}},\ \ v_1 = 100\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}},\ \ a_{1t} = 40\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2},\ \ a_{1n} = 2000\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$



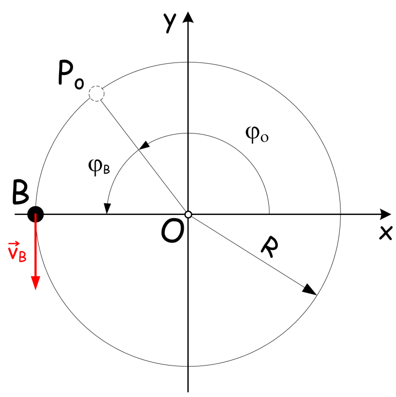
10 Az $R = 2\,\mathrm{m}$ sugarú körön egyenletesen gyorsuló körmozgást végző tömegpont B pontban $\vec{v}_B = (-4\vec{e}_y)\,\mathrm{m/s}$ sebességvektorral és $|\vec{a}_B| = 10\,\mathrm{m/s^2}$ nagyságú gyorsulással bír.

a. Határozza meg az $\vec{a}_B$ gyorsulásvektort!

b. Számítsa ki mikor és honnan indul a TP!

c. Foronomiai görbék segítségével is határozza meg, hogy mikor és honnan indul a TP!

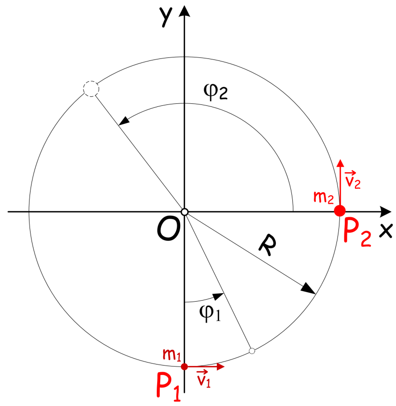
Megoldás:
$\vec{a}_B = (8\vec{e}_x - 6\vec{e}_y)\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2},\ \ t_B = 0,\dot{6}\ \mathrm{s},\ \ s_B = 1,\dot{3}\ \mathrm{m},\ \ \varphi_B = 38,197^o$



11 Az $R = 4\,\mathrm{m}$ sugarú körön egyenletes körmozgást végző m_1 tömegpont P_1 pontból $v_1 = 1\,\mathrm{m/s}$ sebességgel, a szintén egyenletes körmozgást végző m_2 tömegpont P_2 pontból $v_2 = 2\,\mathrm{m/s}$ sebességgel indul.

a. Mekkora t idő múlva és s_1, illetve s_2 út megtétele után éri utol m_2 tömegpont az m_1 tömegpontot?

Megoldás:
$t = 6\pi,\quad s_1 = 6\pi = 18,849\ \mathrm{m},\quad s_2 = 12\pi = 37,699\ \mathrm{m}$

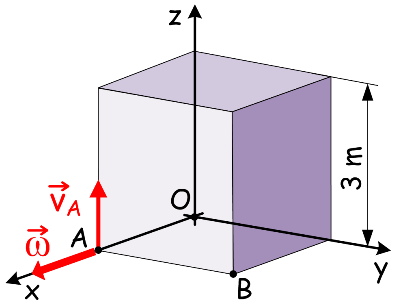


12 Ismeretes a merev test, az ábrán vázolt 3 m oldalhosszúságú kocka, A pontjának $\vec{v}_A = (2\vec{e}_z)\,\mathrm{m/s}$ pillanatnyi sebessége, valamint a test pillanatnyi $\vec{\omega} = (4\vec{e}_x)\,\mathrm{rad/s}$ szögsebessége.

a. Határozza meg adott időpillanatban a $\vec{v}_B$ sebességvektort!

b. Milyen elemi mozgást végez a merev test?

Megoldás: $\vec{v}_B = (14\vec{e}_z)\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, elemi forgó mozgás (II.a)



13 Az $a = 0,5\,\mathrm{m}$ élhosszúságú kocka pillanatnyi sebességállapota $\vec{\omega} = (2\vec{e}_y)\,\mathrm{rad/s}$ szögsebességgel és az A pontnak $\vec{v}_A = (3\vec{e}_z)\,\mathrm{m/s}$ sebességével adott.

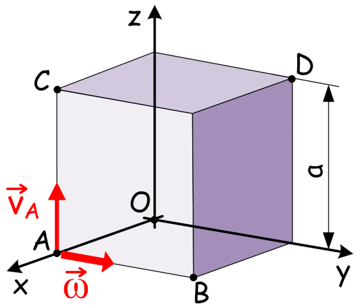
a. Számítsa ki a B, C és D pontok sebességét!

b. Milyen elemi mozgást végez a merev test?

c. Határozza meg a pillanatnyi forgástengely O ponthoz legközelebbi P pontjának $\vec{r}_P$ helyvektorát!

d. Határozza meg a mozgás pillanatnyi forgástengelyét!

Megoldás:
$\vec{v}_B = (3\vec{e}_z)\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}},\quad \vec{v}_C = (\vec{e}_x + 3\vec{e}_z)\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}},\quad \vec{v}_D = (\vec{e}_x + 4\vec{e}_z)\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}},$
elemi forgó mozgás (II.a), $\vec{r}_P = (2\vec{e}_x)\ \mathrm{m}$,
$2\vec{e}_y \times \vec{r} + 4\vec{e}_z = \vec{0}$



14 A rögzített időpillanatban ismeretes a merev test $\vec{r}_A = (4\vec{e}_x)\,\mathrm{m}$ helyvektorral kijelölt A pontjának $\vec{v}_A = (18\vec{e}_x + 9\vec{e}_y)\,\mathrm{m/s}$ sebessége, valamint a test pillanatnyi $\vec{\omega} = (1\vec{e}_x + 2\vec{e}_y + 2\vec{e}_z)\,\mathrm{rad/s}$ szögsebessége.

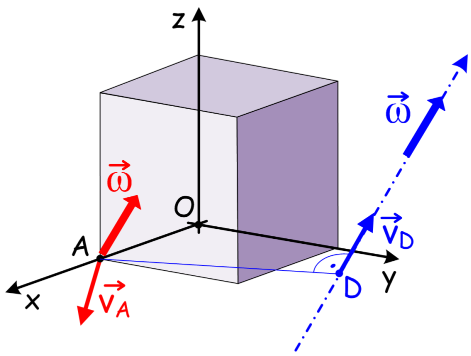
a. Milyen elemi mozgást végez a merev test?

b. Adja meg a vektorrendszer pillanatnyi forgástengelyének A ponthoz legközelebb eső D pontját kijelölő helyvektort!

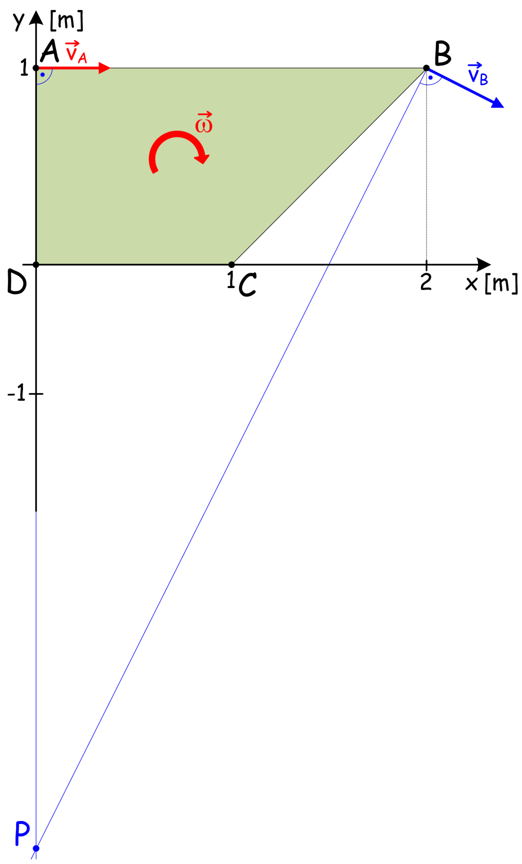
c. Határozza meg a pillanatnyi forgástengely egyenletét!

d. Számítsa ki a pillanatnyi sebességállapothoz tartozó forgástengely D pontjának sebességét!

Megoldás:
elemi csavarmozgás (II.b),
$\vec{r}_{AD} = (-2\vec{e}_x + 4\vec{e}_y - 3\vec{e}_z)\ \mathrm{m},\quad \vec{r}_D = (2\vec{e}_x + 4\vec{e}_y - 3\vec{e}_z)\ \mathrm{m},$
$(1\vec{e}_x + 2\vec{e}_y + 2\vec{e}_z) \times \vec{r} + 14\vec{e}_x - 7\vec{e}_y = \vec{0},\quad \vec{v}_D = (4\vec{e}_x + 8\vec{e}_y + 8\vec{e}_z)\ \mathrm{m/s}$



15 A síkmozgást végző merev test $\vec{\omega} = (-1\vec{e}_z)$ rad/s szögsebessége és A pontjának $\vec{v}_A = (4\vec{e}_x)$ m/s sebessége egy rögzített időpillanatban adott.



a. Határozza meg számítással adott időpillanatban a merev test B pontjának $\vec{v}_B$ sebességét!

b. Szerkessze meg P sebességpólus helyét és olvassa le $\vec{r}_P$ helyvektorát!

c. Rajzolja meg a sebességábrát és adja meg $\vec{v}_C$ és $\vec{v}_D$ sebességvektorokat!

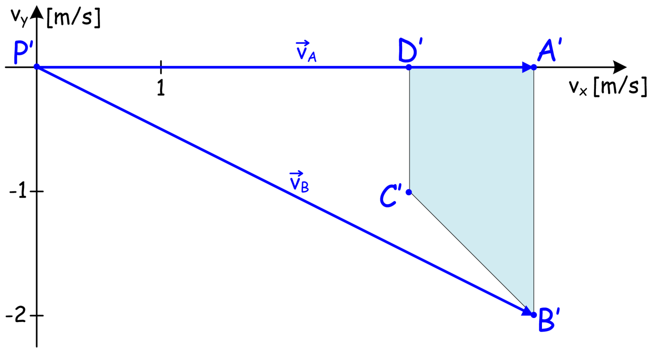
Megoldás:

$\vec{v}_B = (4\vec{e}_x - 2\vec{e}_y)\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$,

$\vec{r}_P = (-3\vec{e}_y)$ m,

$\vec{v}_C = (3\vec{e}_x - 1\vec{e}_y)\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$,

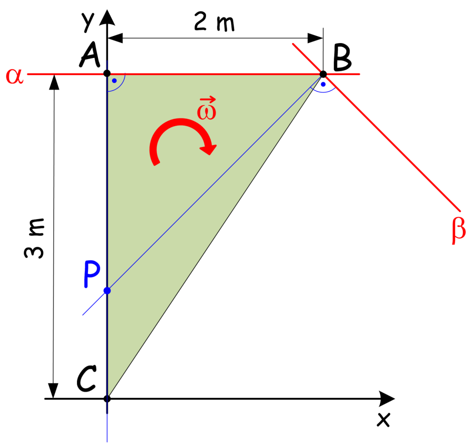
$\vec{v}_D = (3\vec{e}_x)\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

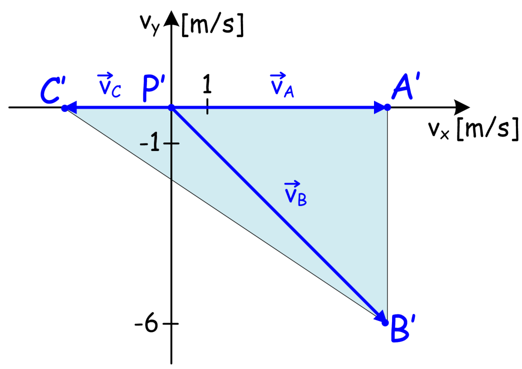


16 Egy rögzített időpillanatban adott a síkmozgást végző merev test $\vec{\omega} = (-3\vec{e}_z)$ rad/s szögsebessége, továbbá A pontjában a $\vec{v}_A$ sebességvektor α jelű vízszintes és B pontjában a $\vec{v}_B$ sebességvektor β jelű vízszintessel 45^o-os szöget bezáró hatásvonala.

a. Szerkessze meg P sebességpólus helyét a helyzetábrán és olvassa le $\vec{r}_P$ helyvektorát!

b. Rajzolja meg a sebességábrát és adja meg $\vec{v}_A$ és $\vec{v}_B$ és $\vec{v}_C$ sebességvektorokat!



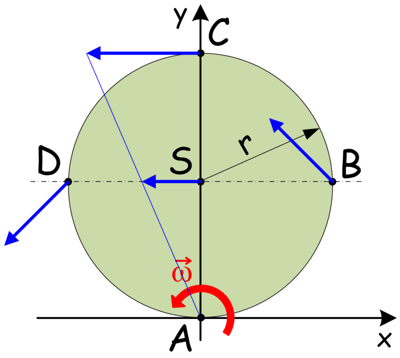


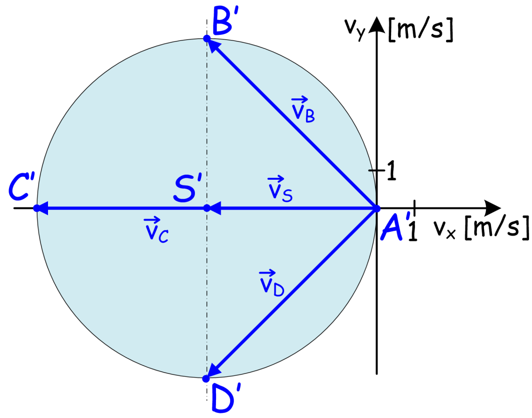
Megoldás: $\vec{r}_P = (1\vec{e}_y)\ m$, $\vec{v}_A = (6\vec{e}_x)\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, $\vec{v}_B = (6\vec{e}_x - 6\vec{e}_y)\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, $\vec{v}_C = (-3\vec{e}_x)\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

17 Egy rögzített időpillanatban az $r = 1,5$ m sugarú merev körlap síkmozgását az $\vec{\omega} = (3\vec{e}_z)$ rad/s szögsebesség-vektor és az A pontban adott $\vec{v}_A = \vec{0}$ sebességvektor definiálja.

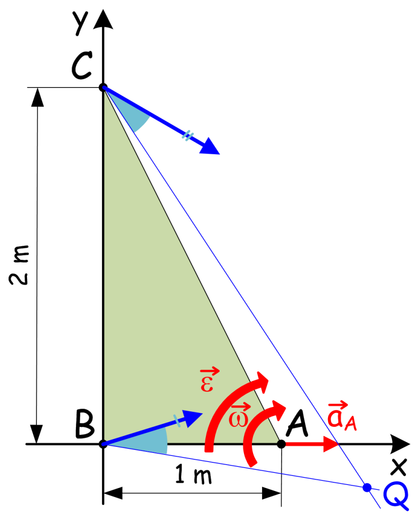
a. Rajzolja meg a sebességábrát, adja meg a jelölt pontokban a sebességvektorokat és állapítsa meg a sebességpólus helyét!
b. Szemléltesse a sebességvektorokat a helyzetábrán is!

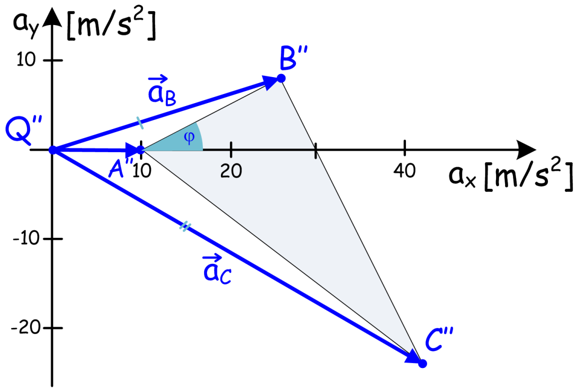
Megoldás:
$P = A$, $\vec{v}_B = (-4,5\vec{e}_x + 4,5\vec{e}_y)\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $\vec{v}_S = (-4,5\vec{e}_x)\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $\vec{v}_C = 2\vec{v}_S = (-9\vec{e}_x)\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $\vec{v}_D = (-4,5\vec{e}_x - 4,5\vec{e}_y)\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$





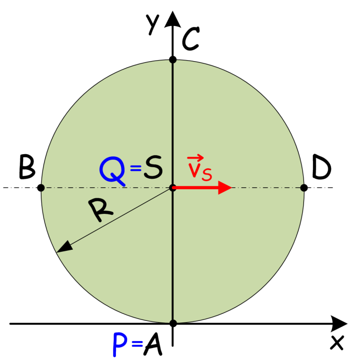
18 Egy rögzített időpillanatban a síkmozgást végző merev test pillanatnyi szögsebessége $\vec{\omega} = (-4\vec{e}_z)$ rad/s szöggyorsulása $\vec{\varepsilon} = (-8\vec{e}_z)$ rad/s^2 és A pontbeli $\vec{a}_A = (10\vec{e}_x)$ m/s^2 gyorsulása ismert. Szerkessze meg a vonatkozó gyorsulásábrát, valamint a Q gyorsuláspólus helyét!

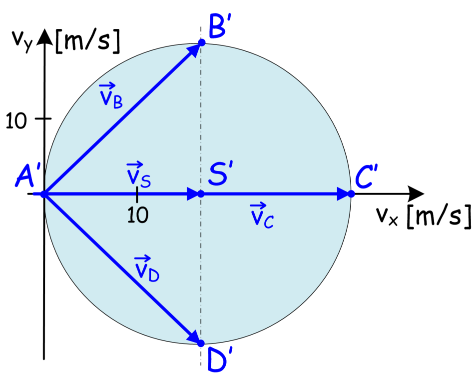


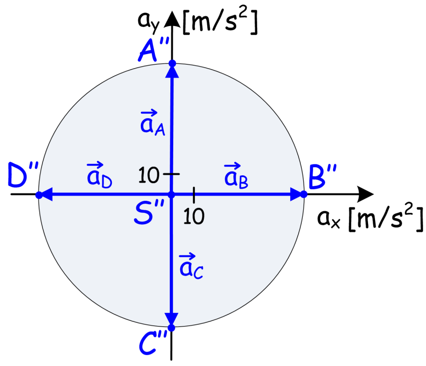


Megoldás: $\vec{a}_B = (26\vec{e}_x + 8\vec{e}_y)\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $\vec{a}_C = (42\vec{e}_x - 24\vec{e}_y)\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$,
$\varphi \cong 26,57^o$, $\vec{r}_Q = (1,5\vec{e}_x - 0,25\vec{e}_y)\ m$

19 Az $R = 4\,m$ sugarú korong vízszintes talajon gördül állandó $\vec{v}_S = (20\vec{e}_x)$ m/s súlyponti sebességgel. Rajzolja meg a sebességábrát, valamint a gyorsulásábrát és keresse meg a P sebességpólus és a Q gyorsuláspólus helyét!



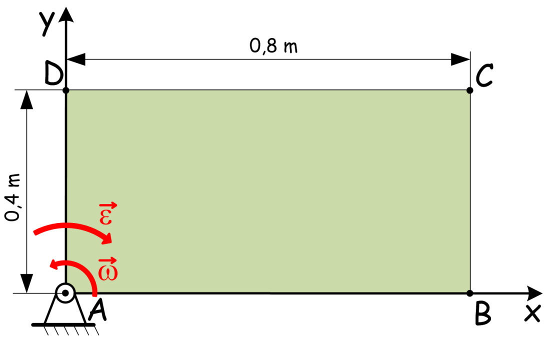


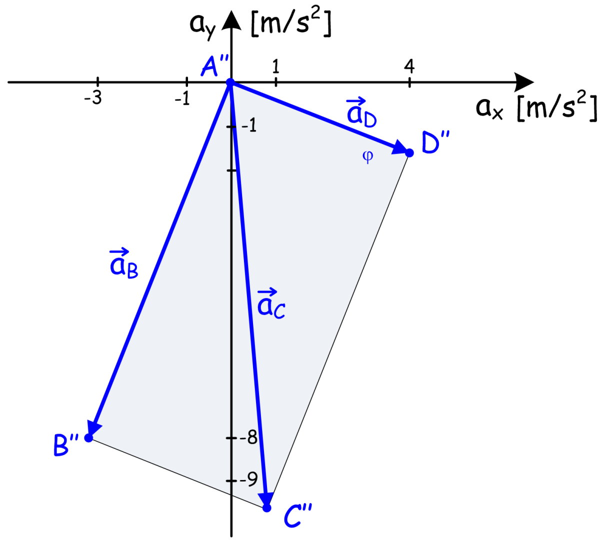


Megoldás: $\vec{v}_A = \vec{0}$, $\vec{v}_B = (20\vec{e}_x + 20\vec{e}_y)\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $\vec{v}_C = (40\vec{e}_x)\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $\vec{v}_D = (20\vec{e}_x - 20\vec{e}_y)\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$,

$\vec{a}_A = (100\vec{e}_y)\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $\vec{a}_B = (100\vec{e}_x)\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $\vec{a}_C = (-100\vec{e}_y)\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $\vec{a}_D = (-100\vec{e}_x)\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

20 A síkmozgást végző téglalap alakú merev test vázolt helyzetében a pillanatnyi $\vec{\omega} = (2\vec{e}_z)\,\mathrm{rad/s}$ szögsebesség és az $\vec{\varepsilon} = (-10\vec{e}_z)\,\mathrm{rad/s^2}$ szöggyorsulás adott. Szerkessze meg a vonatkozó gyorsulásábrát!





Megoldás:
$\vec{a}_B = (-3,2\vec{e}_x - 8\vec{e}_y)\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, $\vec{a}_C = (0,8\vec{e}_x - 9,6\vec{e}_y)\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, $\vec{a}_D = (4\vec{e}_x - 1,6\vec{e}_y)\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$,

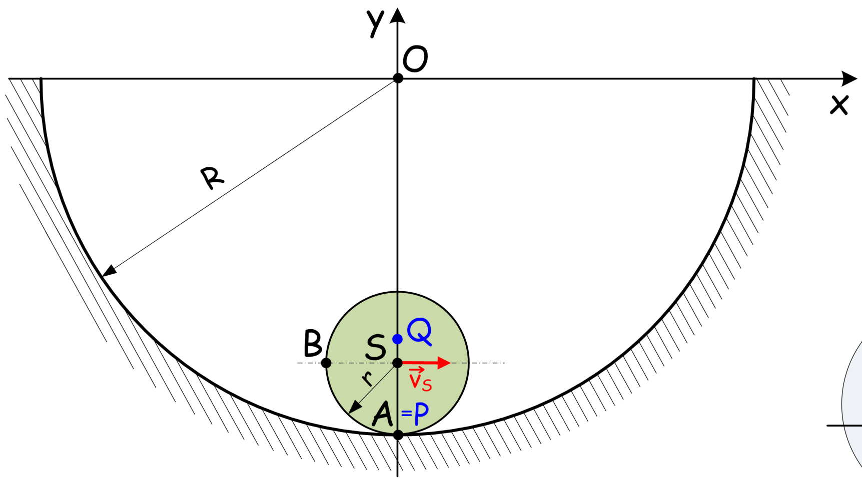
21 Az $R = 5\,m$ sugarú íves belső felületén $r = 1\,m$ sugarú henger gördül miközben a vázolt helyzetben ismert az r sugarú henger S súlypontjának pillanatnyi $\vec{v}_S = (4\vec{e}_x)\,\mathrm{m/s}$ sebessége és $a_{St} = 0$ a tangenciális gyorsulása.

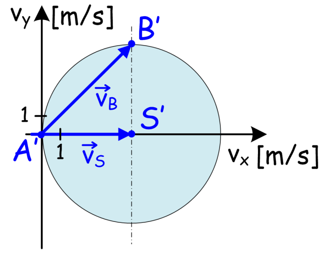
a. Számítsa ki az r sugarú henger pillanatnyi $\vec{\omega}$ szögsebességét és $\vec{\varepsilon}$ szöggyorsulását!

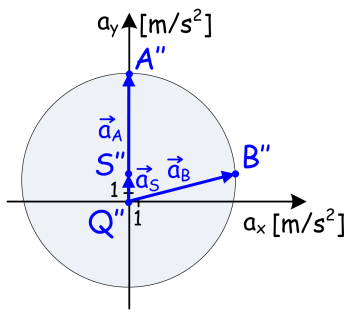
b. Határozza meg vázolt helyzetben az r sugarú henger A pontjának $\vec{v}_A$ és B pontjának $\vec{v}_B$ pillanatnyi sebességét!

c. Határozza meg vázolt helyzetben az r sugarú henger S súlypontjának $\vec{a}_S$ és A pontjának $\vec{a}_A$ és B pontjának $\vec{a}_B$ pillanatnyi gyorsulását!

d. Rajzolja meg a sebességábrát, valamint a gyorsulásábrát és keresse meg a P sebességpólus és a Q gyorsuláspólus helyét!



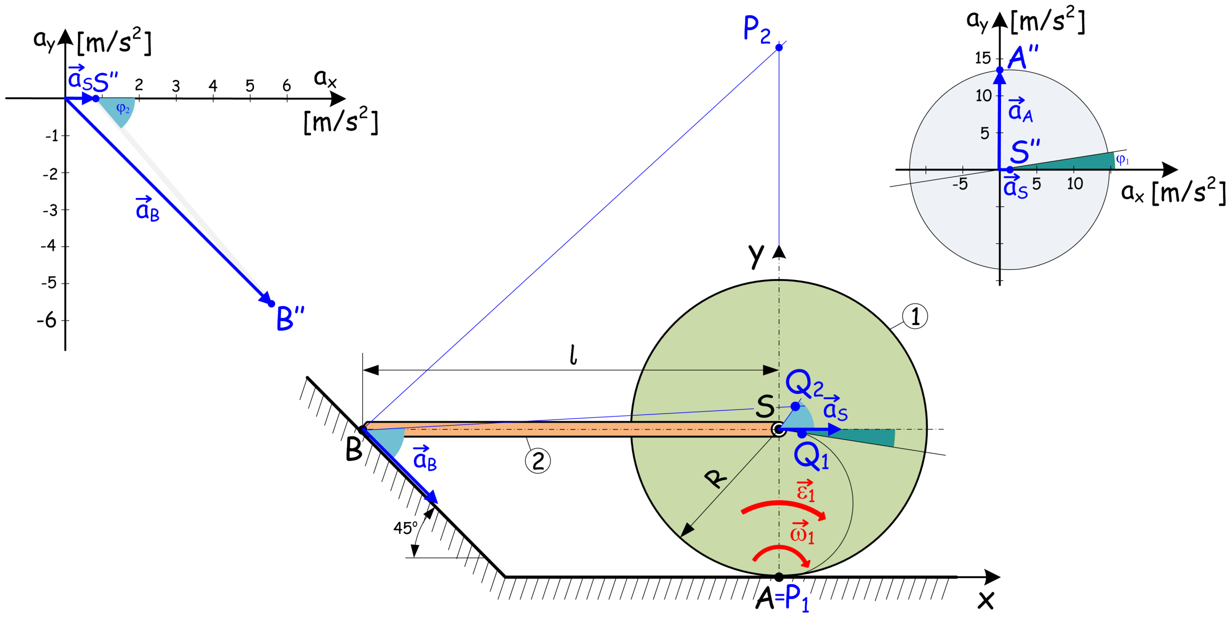




Megoldás:
$\vec{\omega} = (-4\vec{e}_z)\,\dfrac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$, $\vec{\varepsilon} = \vec{0}$, $\vec{v}_A = \vec{0}$, $\vec{v}_B = (4\vec{e}_x + 4\vec{e}_y)\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$,

$\vec{a}_S = (4\vec{e}_y)\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, $\vec{a}_A = (20\vec{e}_y)\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, $\vec{a}_B = (16\vec{e}_x + 4\vec{e}_y)\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, $\vec{r}_{SQ} = (0,25\vec{e}_y)\,\mathrm{m}$

22 Az $R = 0,4$ m sugarú korong vízszintes talajon gördül miközben S súlypontjához csuklóval kapcsolódó $l = 1,2$ m hosszúságú rúd B jelű másik vége 45^o-os lejtőn súrlódásmentesen csúszik. A vázolt helyzetben ismert a korong pillanatnyi $\vec{\omega}_1 = (-6\vec{e}_z)$ rad/s szögsebessége és $\vec{\varepsilon}_1 = (-2\vec{e}_z)$ rad/s^2 szöggyorsulása.



a. Határozza meg az 1 jelű korong P_1 sebességpólusát, a 2 jelű rúd P_2 sebességpólusát és a szerkezet S pontbeli $\vec{v}_S$ és B pontbeli $\vec{v}_B$ sebességét, valamint a rúd $\vec{\omega}_2$ pillanatnyi szögsebességét a vázolt helyzetben!

b. Határozza meg a 2 jelű rúd S pontbeli $\vec{a}_S$ és B pontbeli $\vec{a}_B$ gyorsulását, valamint $\vec{\varepsilon}_2$ pillanatnyi szöggyorsulását a vázolt helyzetben!

c. Rajzolja meg a gyorsulásábrákat és keresse meg a Q_1 és Q_2 gyorsuláspólusok helyét!

Megoldás:

$P_1 = A$, $\vec{r}_{P_2} = (1,6\vec{e}_y)$ m $\vec{\omega}_2 = (2\vec{e}_z)\,\dfrac{\text{rad}}{\text{s}}$, $\vec{v}_S = (2,4\vec{e}_x)\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$, $\vec{v}_B = (2,4\vec{e}_x - 2,4\vec{e}_y)\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$, $\vec{a}_S = (0,8\vec{e}_x)\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$,

$\vec{a}_A = (14,4\vec{e}_y)\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $\vec{a}_B = (5,6\vec{e}_x - 5,6\vec{e}_y)\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $\vec{\varepsilon}_2 = (4,\dot{6}\vec{e}_z)\,\dfrac{\text{rad}}{\text{s}^2}$, $\vec{r}_{AQ_1} = (0,022\vec{e}_x + 0,398\vec{e}_y)$ m,

$\vec{r}_{AQ_2} = (0,085\vec{e}_x + 0,499\vec{e}_y)$ m

23 A vázolt forgattyús mechanizmus 1 jelű forgókarja állandó $\vec{\omega}_1 = (-2\vec{e}_z)\,\dfrac{\text{rad}}{\text{s}}$ szögsebességgel forog.

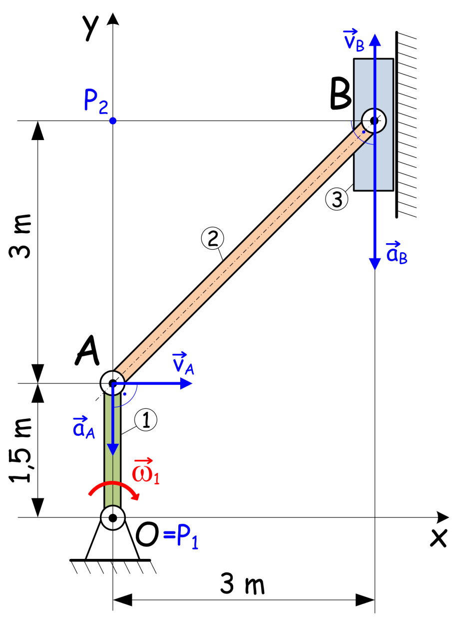
a. Határozza meg a vázolt helyzetben a 2 jelű hajtórúd pillanatnyi P_2 sebességpólusát, $\vec{\omega}_2$ szögsebességét és B pontjának $\vec{v}_B$ sebességét!

b. Határozza meg a vázolt helyzetben a 2 jelű hajtórúd pillanatnyi Q_2 gyorsuláspólusát, $\vec{\varepsilon}_2$ szöggyorsulását és B pontjának $\vec{a}_B$ gyorsulását!

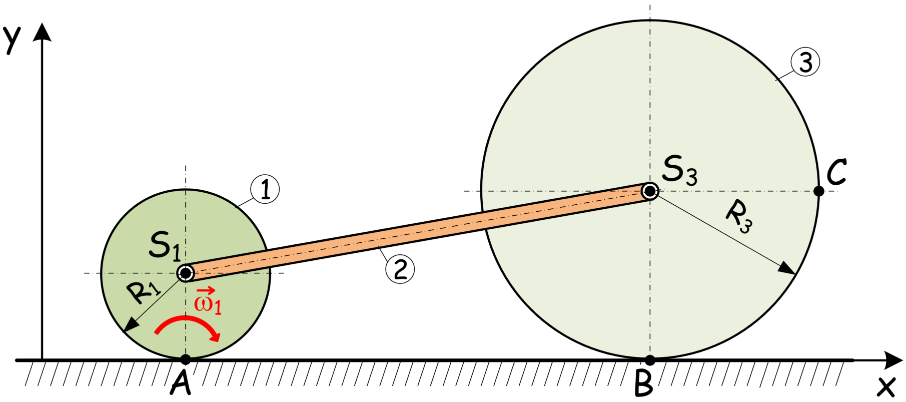
Megoldás:

$\vec{r}_{P_2} = (4,5\vec{e}_y)$ m, $\vec{v}_B = (3\vec{e}_y)\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$, $\vec{\omega}_2 = (\vec{e}_z)\,\dfrac{\text{rad}}{\text{s}}$,

$\vec{r}_{Q_2} = (-3\vec{e}_x - 1,5\vec{e}_y)$ m, $\vec{a}_B = (-12\vec{e}_y)\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $\vec{\varepsilon}_2 = (-\vec{e}_z)\,\dfrac{\text{rad}}{\text{s}^2}$



24 A vázolt tisztán gördülő jármű-dinamikai modell 1 jelű korongja állandó $\omega_1 = 5\,\mathrm{rad/s}$ szögsebességgel forog. A modell 1 jelű, $R_1 = 2\,\mathrm{m}$ sugarú korongja súlypontban elhelyezett csuklópontban merev rúdkapcsolattal bír a 3 jelű, $R_3 = 4\,\mathrm{m}$ sugarú korong súlypontjában lévő csuklóponttal.



a. Határozza meg a $\vec{v}_A$, $\vec{v}_{S_1}$, $\vec{v}_B$, $\vec{v}_C$ és $\vec{v}_{S_3}$ pillanatnyi sebességeket és $\vec{a}_A$, $\vec{a}_{S_1}$, $\vec{a}_B$, $\vec{a}_C$ és $\vec{a}_{S_3}$ pillanatnyi gyorsulásokat!

b. Mekkora s távolságot tesz meg $t_1 = 30\,\mathrm{s}$ alatt a szerkezet és ezalatt hányat fordul a két korong?

Megoldás:

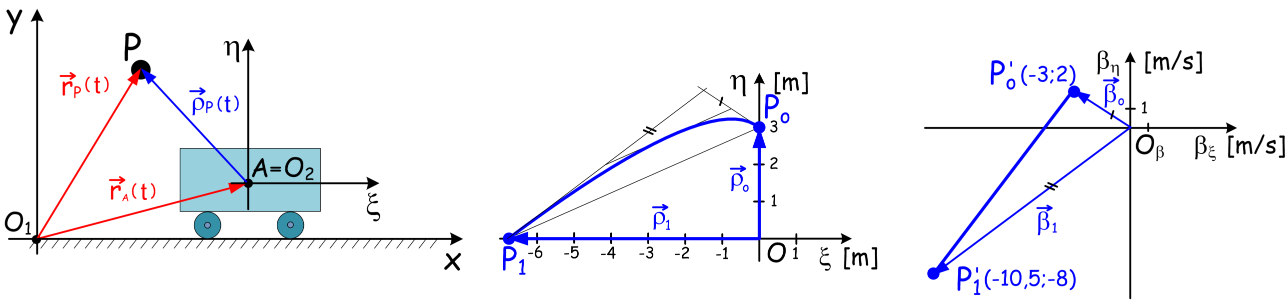
$$\vec{v}_A = \vec{v}_B = \vec{0},\ \ \vec{v}_C = (10\vec{e}_x - 10\vec{e}_y)\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}},\ \ \vec{v}_{S_1} = \vec{v}_{S_3} = (10\vec{e}_x)\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}},\ \ \vec{a}_A = (50\vec{e}_y)\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2},\ \ \vec{a}_B = (25\vec{e}_y)\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2},$$

$$\vec{a}_C = (-25\vec{e}_x)\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2},\ \ \vec{a}_{S_1} = \vec{a}_{S_3} = \vec{0},\ \ s = 300\,\mathrm{m},\ \ n_1 = 23,87,\ \ n_3 = 11,94$$

25 Ismeretes a mozgó jármű A pontjának $\vec{r}_A(t) = \vec{r}_{Ao} + \vec{b}_A t + \vec{c}_A t^2$ mozgástörvénye, valamint az m tömegpont $\vec{r}_P(t) = \vec{r}_{Po} + \vec{b}t + \vec{c}t^2$ mozgástörvénye az xyz KR-ben. Legyen $\vec{r}_{Ao} = (3\vec{e}_x + \vec{e}_y)\,\mathrm{m}$; $\vec{r}_{Po} = (3\vec{e}_x + 4\vec{e}_y)\,\mathrm{m}$; $\vec{b}_A = (4\vec{e}_x)\,\mathrm{m/s}$; $\vec{b} = (\vec{e}_x + 2\vec{e}_y)\,\mathrm{m/s}$; $\vec{c}_A = (3,75\vec{e}_x)\,\mathrm{m/s^2}$; $\vec{c} = (-5\vec{e}_y)\,\mathrm{m/s^2}$!

a. Határozza meg a $\xi\eta\zeta$ KR-ben a TP $\vec{\rho}_P(t)$ mozgástörvényét, valamint $t_o = 0$ és $t_1 = 1\,s$ időpontokban a TP sebességét és gyorsulását!

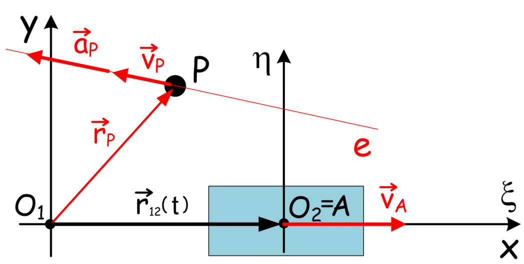
b. Szerkessze meg a TP mozgó járműhöz kötött $\xi\eta\zeta$ KR-beli $[t_o,\ t_1]$ időintervallumban leírt pályáját és hodográfját!



Megoldás: $\vec{\rho}_P(t) = [3\vec{e}_y + (-3\vec{e}_x + 2\vec{e}_y)t + (-3,75\vec{e}_x - 5\vec{e}_y)t^2]\,\mathrm{m}$, $\vec{\beta}_o = (-3\vec{e}_x + 2\vec{e}_y)\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, $\vec{\beta}_1 = (-10,5\vec{e}_x - 8\vec{e}_y)\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$,

$\vec{\alpha}_o = \vec{\alpha}_1 = (-7,5\vec{e}_x - 10\vec{e}_y)\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ =áll.

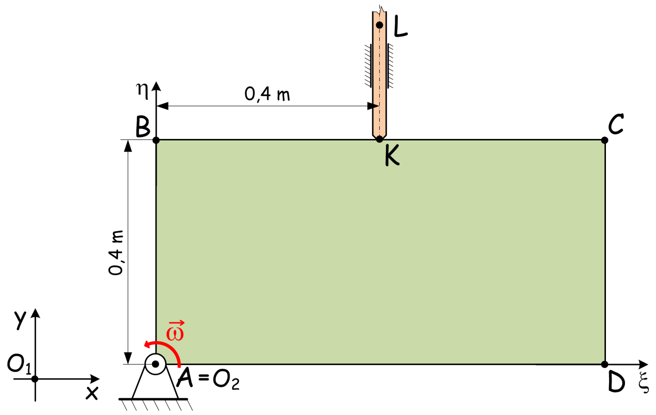
26 Az xyz KR x tengelye mentén állandó $\vec{v}_A = (6\vec{e}_x)\,\mathrm{m/s}$ sebességgel mozgó járműből figyeljük az egyenes pályán mozgó, adott időpillanatban az $\vec{r}_P = (6\vec{e}_x + 5\vec{e}_y)\,\mathrm{m}$ helyvektor által kijelölt helyen $\vec{v}_P = (-2\vec{e}_x + 1,5\vec{e}_y)\,\mathrm{m/s}$ sebességvektorral, és $\vec{a}_P = (-4\vec{e}_x + 3\vec{e}_y)\,\mathrm{m/s^2}$ gyorsulásvektorral rendelkező tömegpontot. Határozza meg a tömegpont $\xi\eta\zeta$ KR-ben észlelt $\vec{\beta}_P$ sebességét és $\vec{\alpha}_P$ gyorsulását!



Megoldás:

$$\vec{\beta}_P = (-8\vec{e}_x + 1,5\vec{e}_y)\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}},\ \ \vec{\alpha}_P = (-4\vec{e}_x + 3\vec{e}_y)\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

27 A hasáb alakú merev test a hozzákötött $\xi\eta\zeta$ KR-rel az A ponton átmenő z tengellyel párhuzamos tengely körül állandó $\vec{\omega} = (2\vec{e}_z)\,\mathrm{rad/s}$ szögsebességgel forog, miközben az y tengellyel párhuzamosan vezetett KL rudat emeli, melynek K pontja a hasáb BC egyenesén csúszik.

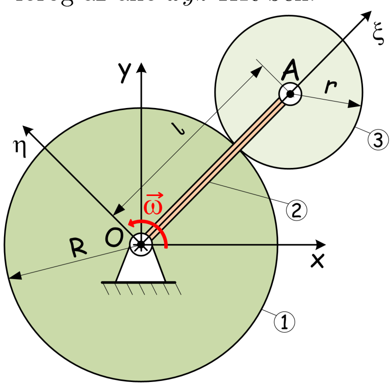


a. Határozza meg a vázolt helyzetben a rúd K pontjának $\vec{v}_K$ pillanatnyi sebességét és $\vec{a}_K$ pillanatnyi gyorsulását a xyz KR-ben!

b. Határozza meg a vázolt helyzetben a rúd K pontjának $\vec{\beta}_K$ pillanatnyi sebességét és $\vec{\alpha}_K$ pillanatnyi gyorsulását a $\xi\eta\zeta$ KR-ben!

Megoldás: $\vec{v}_K = (0,8\vec{e}_y)\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, $\vec{a}_K = (1,6\vec{e}_y)\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, $\vec{\beta}_K = (0,8\vec{e}_x)\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, $\vec{\alpha}_K = (1,6\vec{e}_x)\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

28 Az $r = 0,3\,\mathrm{m}$ sugarú körhengert az ábrán látható l hosszúságú kar segítségével legördítjük az $R = 0,6\,\mathrm{m}$ sugarú álló körhengeren. A $\xi\eta\zeta$ KR-t az OA karhoz kötjük, amely állandó $\vec{\omega} = (10\vec{e}_z)\,\mathrm{rad/s}$ szögsebességgel forog az álló xyz KR-ben.

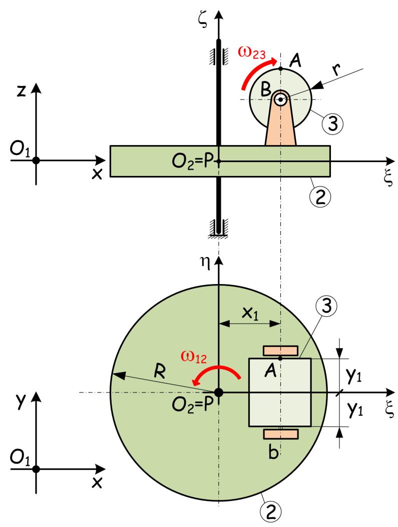


a. Számítsa ki az r sugarú körhenger szögsebességét a $\xi\eta\zeta$ és az xyz KR-ben!

b. Mekkora az r sugarú körhenger szöggyorsulása az xyz KR-ben?

Megoldás:
$\vec{\omega}_{13} = (30\vec{e}_z)\,\dfrac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$, $\vec{\omega}_{23} = (20\vec{e}_z)\,\dfrac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$, $\vec{\varepsilon}_{13} = \vec{0}$

29 Az $R = 0,5\,\mathrm{m}$ sugarú korong a hozzákötött $\xi\eta\zeta$ KR-el együtt a ζ tengely körül állandó $\vec{\omega}_{12} = (5\vec{e}_z)\,\mathrm{rad/s}$ szögsebességgel forog. Közben az $r = 0,1\,\mathrm{m}$ sugarú henger a $\xi\eta\zeta$ KR-hez képest a b jelű tengely körül $\vec{\omega}_{23} = (2\vec{e}_\eta)\,\mathrm{rad/s}$ pillanatnyi szögsebességgel és $\vec{\varepsilon}_{23} = (3\vec{e}_\eta)\,\mathrm{rad/s^2}$ szöggyorsulással forog. $x_1 = 0,3\,\mathrm{m}$, $y_1 = 0,1\,\mathrm{m}$.



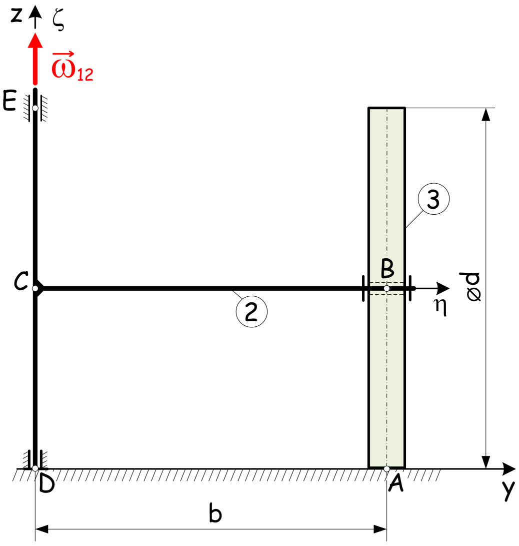
a. Mekkora az r sugarú henger $\vec{\omega}_{13}$ szögsebessége és $\vec{\varepsilon}_{13}$ szöggyorsulása a vizsgált időpillanatban az xyz KR-ben?

b. Számítsa ki az r sugarú korongon lévő A pont pillanatnyi $\vec{\beta}_A$ sebességét és $\vec{\alpha}_A$ gyorsulását a $\xi\eta\zeta$ KR-ben!

c. Határozza meg a $\vec{v}_A$ sebességet és az $\vec{a}_A$ gyorsulást az xyz KR-ben!

Megoldás:
$\vec{\omega}_{13} = (2\vec{e}_y + 5\vec{e}_z)\,\dfrac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$, $\vec{\varepsilon}_{13} = (-10\vec{e}_x + 3\vec{e}_y)\,\dfrac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}^2}$, $\vec{\beta}_A = (0,2\vec{e}_x)\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$,
$\vec{\alpha}_A = (0,3\vec{e}_x - 0,4\vec{e}_z)\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, $\vec{v}_A = (-0,3\vec{e}_x + 1,5\vec{e}_y)\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$,
$\vec{a}_A = (-7,2\vec{e}_x - 0,5\vec{e}_y - 0,4\vec{e}_z)\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

30 Adott időpillanatban vázolt szerkezet DE tengely körül, állandó $\vec{\omega}_{12} = (10\vec{e}_z)\,\text{rad/s}$ szögsebességgel forog az álló xyz KR-ben. A BC rúdon ($b = 2\,\text{m}$) csapágyazott $d = 2\,\text{m}$ átmérőjű tárcsa pedig tisztán gördül a talajon. A $\xi\eta\zeta$ KR BC rúdhoz kötött.

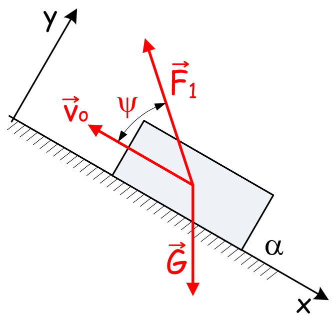


a. Számítsa ki a vázolt helyzetben a tárcsa szögsebességét a $\xi\eta\zeta$ és az xyz KR-ben!

b. Számítsa ki a vázolt helyzetben a tárcsa szöggyorsulását is a $\xi\eta\zeta$ és az xyz KR-ben!

Megoldás:
$\vec{\omega}_{13} = (-20\vec{e}_y + 10\vec{e}_z)\,\dfrac{\text{rad}}{\text{s}}$, $\vec{\omega}_{23} = (-20\vec{e}_y)\,\dfrac{\text{rad}}{\text{s}}$,
$\vec{\varepsilon}_{13} = (200\vec{e}_x)\,\dfrac{\text{rad}}{\text{s}^2}$, $\vec{\varepsilon}_{23} = \vec{0}$

31 Az α jelű kényszerpályán, lejtőn mozgó $\vec{G} = (60\vec{e}_x - 80\vec{e}_y)\,\text{N}$ súlyú TP kezdősebessége $\vec{v}_o$, a rá ható $\vec{F}_1$ erő pedig ψ szöget zár be a kényszerpályával. $tg\psi = 0,4$, $g = 10\,\text{m/s}^2$ és a súrlódás elhanyagolható ($\mu = 0$)!



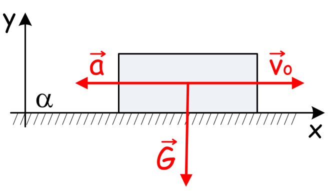
a. Mekkora $\vec{F}_1$ erő esetén mozoghat állandó $\vec{v}_o$ sebességgel a TP?

b. Számítsa ki a TP $\vec{a}$ gyorsulását, valamint a fellépő $\vec{F}_\alpha$ kényszererőt adott $\vec{F}_1 = (-85\vec{e}_x + 34\vec{e}_y)\,\text{N}$ mellett!

c. Határozza meg, hogy mekkora $\vec{F}_{1max}$ erő esetén mozoghat még a TP az α jelű kényszerpályán!

Megoldás: $\vec{F}_1 = (-60\vec{e}_x + 24\vec{e}_y)\,\text{N}$, $\vec{a} = (-2,5\vec{e}_x)\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $\vec{F}_\alpha = (46\vec{e}_y)\,\text{N}$,
$\vec{F}_{1max} = (-200\vec{e}_x + 80\vec{e}_y)\,\text{N}$

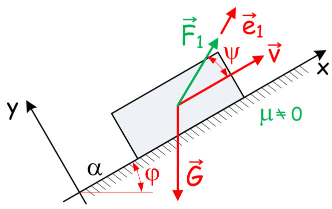
32 A vízszintes α jelű, érdes kényszerpályán $\vec{v}_o = (10\vec{e}_x)\,\text{m/s}$ kezdősebességgel indított $\vec{G} = (-800\vec{e}_y)\,\text{N}$ súlyú TP $\vec{a} = (-0,4\vec{e}_x)\,\text{m/s}^2$ gyorsulása állandó!



Számítsa ki a fellépő $\vec{F}_\alpha$ kényszererőt, valamint a mozgásbeli μ súrlódási tényezőt!

Megoldás: $\vec{F}_\alpha = (-32\vec{e}_x + 800\vec{e}_y)\,\text{N}$, $\mu = 0,04$

33 A vízszintessel $\varphi = 30^o$-ot bezáró érdes lejtőn, az α jelű kényszerpályán pillanatnyi $\vec{v} = (8\vec{e}_x)\,\text{m/s}$ sebességgel mozog az $m = 10\,\text{kg}$ tömegű TP. A ráható $\vec{F}_1$ erő $\psi = 30^o$ szöget zár be a $\vec{v}$ sebességvektorral, továbbá iránya is az ábrán látható $\vec{F}_1 = F_1\vec{e}_1$ módon rögzített. $g = 10\,\text{m/s}^2$.

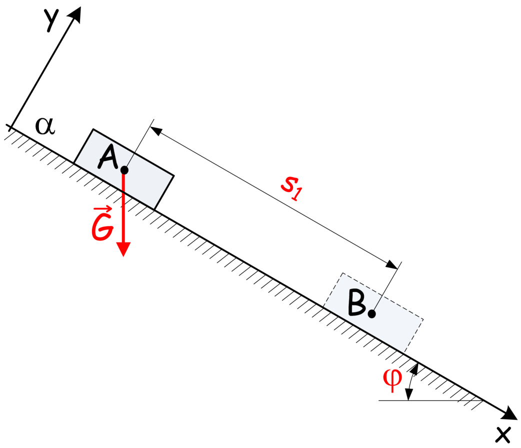


a. Határozza meg, hogy a TP pillanatnyi a gyorsulása hogyan függ F_1 és μ paraméterektől!

b. Határozza meg, hogy mekkora $\vec{F}_{1max}$ erő esetén marad a TP az α jelű kényszerpályán!

Megoldás: $a = -10(\sin 30^o + \mu\cos 30^o) + \dfrac{F_1}{10}(\cos 30^o + \mu\sin 30^o)$, $F_1 \le F_{1max} = 173,2\,\text{N}$

34 A vízszintessel $\varphi = 30^o$-os szöget bezáró, tökéletesen simának tekintett α jelű lejtőn álló helyzetből indulva csúszik le a $G = 600\,\mathrm{N}$ súlyú TP. $g = 10\,\mathrm{m/s}^2$.

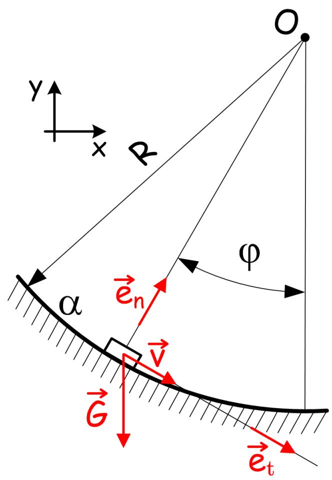


a. Mekkora a TP E_1 kinetikai energiája és v_1 sebessége $s_1 = 40\,\mathrm{m}$ út megtétele után?

b. Határozza meg t_1 időt, amely alatt a TP megteszi a kijelölt s_1 utat!

Megoldás:

$E_1 = 12000\,\mathrm{J},\ \ v_1 = 20\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}},\ \ t_1 = 4\,\mathrm{s}$

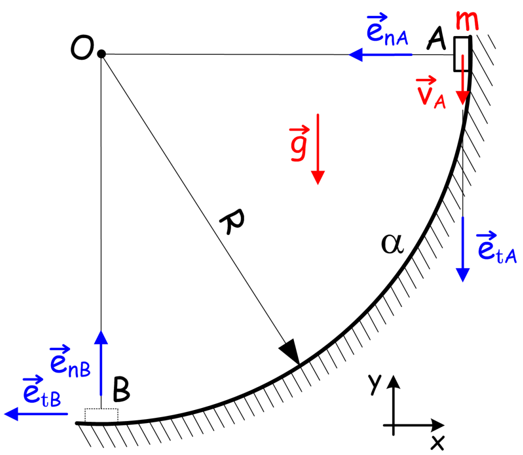


35 Az $R = 2\,\mathrm{m}$ sugarú, körív alakú α jelű érdes ($\mu = 0,2$) kényszerpályán $G = 60\,\mathrm{N}$ súlyú TP mozog $\vec{v} = (2\vec{e}_t)\,\mathrm{m/s}$ pillanatnyi sebességgel. $\vec{e}_t = 0,8\vec{e}_x - 0,6\vec{e}_y$; $\vec{e}_n = 0,6\vec{e}_x + 0,8\vec{e}_y$; $g = 10\,\mathrm{m/s}^2$.

Számítsa ki a TP $\vec{a}$ gyorsulását, valamint a fellépő $\vec{F}_\alpha$ kényszererőt!

Megoldás: $\vec{a} = (4\vec{e}_t + 2\vec{e}_n)\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2},\ \ \vec{F}_\alpha = (-12\vec{e}_t + 60\vec{e}_n)\,\mathrm{N}$

36 Az $m = 4\,\mathrm{kg}$ tömegű TP az $R = 0,8\,\mathrm{m}$ sugarú köríves sima kényszerpályán mozog. TP A pontbeli $v_A = 3\,\mathrm{m/s}$ sebessége ismert. $g = 10\,\mathrm{m/s}^2$.

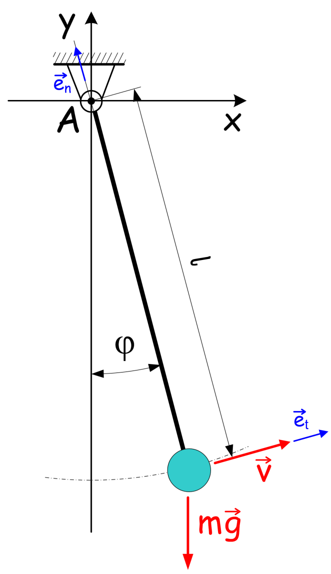


a. Mekkora v_B sebességet ér el a TP a kényszerpálya B pontjában?

b. Számítsa ki az A és B pontokban fellépő $\vec{F}_{\alpha A}$ és $\vec{F}_{\alpha B}$ kényszererőket!

Megoldás:

$v_B = 5\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}},\ \ \vec{F}_{\alpha A} = (45\vec{e}_{nA})\,\mathrm{N},\ \ \vec{F}_{\alpha B} = (165\vec{e}_{nB})\,\mathrm{N}$



37 Az A pontban felfüggesztett, $l = 0,5\,\mathrm{m}$ hosszúságú elhanyagolható tömegű nyújthatatlan fonál végére rögzített $m = 0,2\,\mathrm{kg}$ tömegű TP pillanatnyi $v = 2\,\mathrm{m/s}$ sebessége ismert: $\vec{v} = v\vec{e}_t$, $\varphi = 30^o$. $g = 10\,\mathrm{m/s}^2$.

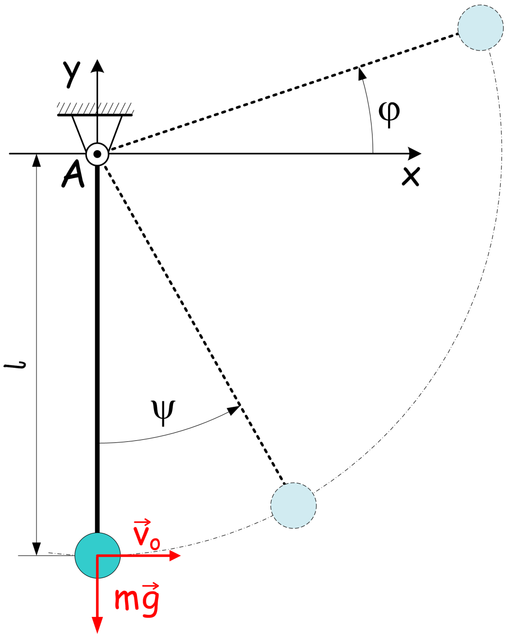
a. Számítsa ki a TP pillanatnyi a_n normális és a_t pályagyorsulását!

b. Határozza meg $\vec{F}_A$ fonálerőt!

Megoldás:

$a_n = 8\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2},\ \ a_t = -5\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2},\ \ \vec{F}_A = (3,\dot{3}\vec{e}_n)\,\mathrm{N}$

38 Az A pontban felfüggesztett és $l = 1,4\,\mathrm{m}$ hosszúságú elhanyagolható tömegű nyújthatatlan fonál végére rögzített $m = 3\,\mathrm{kg}$ tömegű TP a pálya alsó helyzetéből $v_o = 7\,\mathrm{m/s}$ kezdősebességgel indul. $g = 10\,\mathrm{m/s}^2$.



a. Határozza meg $F_A = F_A(\psi)$ kapcsolatot, azaz hogyan függ a kényszererő (fonálerő) nagysága a ψ szögtől!

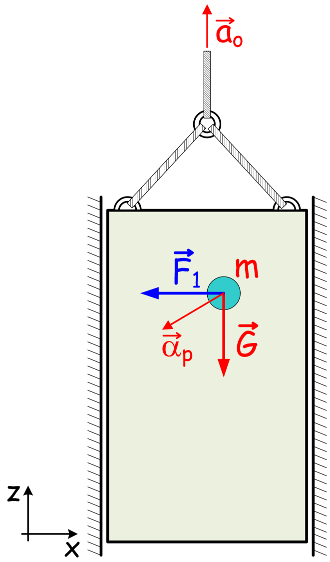
b. Számítsa ki az F_A kényszererő nagyságát $\psi = 60^o$ esetben!

c. Mekkora a fonál vízszintessel bezárt φ szöge a fonál meglazulásának kezdetekor?

Megoldás:

$F_A = m(\frac{v_o^2}{l} - 2g + 3g\cos\psi)$,
$F_A = 90\,\mathrm{N}$,
$\varphi = 30^o$ $(F_A = 0)$

39 Az $\vec{a}_o = a_{oz}\vec{e}_z$ gyorsulással függőlegesen mozgó felvonóban a P pontban elhelyezkedő, $m = 2\,\mathrm{kg}$ tömegű és a felvonóban $\vec{a}_P = (-3\vec{e}_x - 2\vec{e}_z)\,\mathrm{m/s}^2$ gyorsulással mozgó TP-ra a $\vec{G} = m\vec{g}$ súlyerő mellett egy $\vec{F}_1 = -F_1\vec{e}_x$ erő is hat. $g = 10\,\mathrm{m/s}^2$.



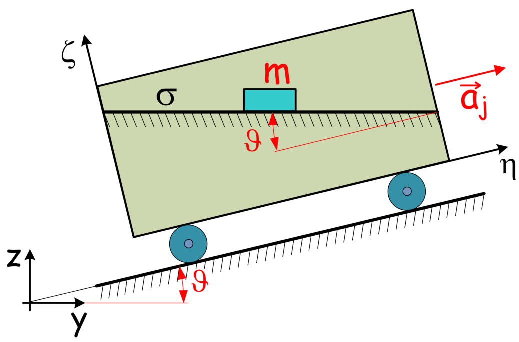
a. Adja meg a P anyagi pontra működő $\vec{a}_{Psz}$ szállító gyorsulást! !

b. Mekkora a felvonó $\vec{a}_o$ gyorsulása?

c. Határozza meg a TP-ra ható $\vec{F}_1$ erőt!

Megoldás: $\vec{a}_{Psz} = \vec{a}_o$, $\vec{a}_o = (-8\vec{e}_z)\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, $\vec{F}_1 = (-6\vec{e}_x)\,\mathrm{N}$

40 A vízszintessel ϑ szöget bezáró lejtőn ($\sin\vartheta = \frac{5}{13}$, $\cos\vartheta = \frac{12}{13}$) állandó $\vec{a}_j = (1,2\vec{e}_y + 0,5\vec{e}_z)\,\mathrm{m/s}^2$ gyorsulással haladó mozgást végző járműben ugyancsak ϑ szöggel jellemezhető σ jelű érdes kényszerpálya van kialakítva. Adott időpillanatban a jármű sebessége, valamint a járműben kialakított kényszerpályára helyezett, $m = 10\,\mathrm{kg}$ tömegű TP járműhöz viszonyított sebessége is zérus.



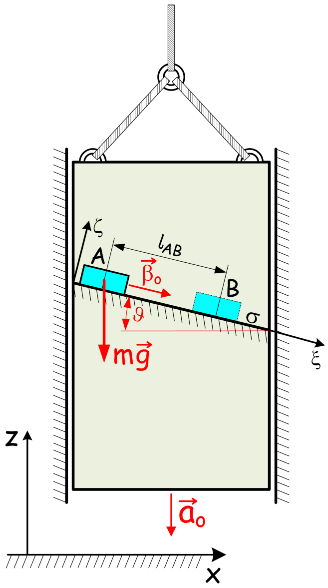
a. Számítsa ki a TP járműhöz viszonyított, relatív $\vec{a}$ gyorsulását és $\vec{F}_\sigma$ kényszererőt, ha σ kényszerpálya sima ($\mu_o = \mu = 0$)!

b. Mekkora μ_o^{min} nyugvásbeli súrlódási tényező mellett maradhat a TP relatív nyugalomban a σ jelű kényszerpályán?

c. Számítsa ki a TP járműhöz viszonyított $\vec{a}$ gyorsulását és $\vec{F}_\sigma$ kényszererőt, ha $\mu_o = 0,11$ és $\mu = 0,1$!

Megoldás:
$\vec{a} = (-1,2\vec{e}_y)\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, $\vec{F}_\sigma = (105\vec{e}_z)\,\mathrm{N}$,
$\mu_o^{min} = 0,11428$,
$\vec{a} = (-0,15\vec{e}_y)\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, $\vec{F}_\sigma = (10,5\vec{e}_y + 105\vec{e}_z)\,\mathrm{N}$

41 Az $\vec{a}_o = (-2\vec{e}_z)\,\mathrm{m/s^2}$ állandó gyorsulással süllyedő felvonóban a vízszintessel $\vartheta = 20^o$ szöget bezáró érdes lejtőn ($\mu = 0,1$), a σ jelű kényszerpályán mozgó $m = 4\,\mathrm{kg}$ tömegű TP felvonóban észlelt kezdeti sebessége, az A helyzetbeli $\vec{\beta}_o = (0,8\vec{e}_\xi)\,\mathrm{m/s}$ sebesség ismert. A TP a σ kényszerpályán mozogva B jelű helyzetbe jut $l_{AB} = 1,2\,\mathrm{m}$ út megtétele után.



a. Számítsa ki A helyzetben a TP felvonóhoz viszonyított, relatív $\vec{\alpha}$ gyorsulását, az álló xyz KR-ben észlelt $\vec{a}$ gyorsulást és az $\vec{F}_\sigma$ kényszererőt!

b. Mekkora t_1 idő múlva lesz a TP sebessége $\vec{\beta}_1 = (2,4\vec{e}_\xi)\,\mathrm{m/s}$?

c. Számítsa ki az $\vec{F}_\sigma$ kényszererő és $\vec{F}_{sz}$ szállítóerő $\xi\eta\zeta$ KR-ben értelmezett W_σ és W_{sz} munkáját $l_{AB} = 1,2\,\mathrm{m}$ távon!

d. Számítsa ki B helyzetben észlelhető $\vec{\beta}_B$ relatív sebességet az $\xi\eta\zeta$ KR-ben!

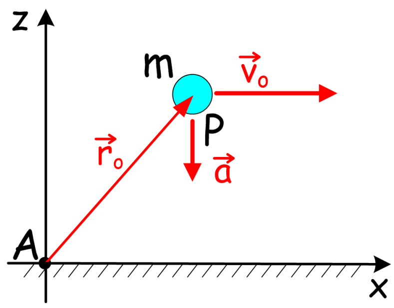
e. Mekkora $\vec{a}_o^*$ gyorsulásnál válik el a TP a σ jelű kényszerpályától?

Megoldás:
$\vec{\alpha} = (1,984\vec{e}_\xi)\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, $\vec{a} = (1,864\vec{e}_x - 2,679\vec{e}_z)\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$,
$\vec{F}_\sigma = (-3,007\vec{e}_\xi + 30,07\vec{e}_\zeta)\,\mathrm{N}$,
$t_1 = 0,806\,s$, $W_\sigma = -3,608\,\mathrm{Nm}$, $W_{sz} = -3,283\,\mathrm{Nm}$,
$\vec{\beta}_B = (2,324\vec{e}_\xi)\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, elválás esete: $\vec{a}_o^* = \vec{g}$ $(F_{\sigma\zeta} = 0)$

42 Az $m = 15\,\mathrm{kg}$ tömegű TP állandó $\vec{a} = (-10\vec{e}_z)\,\mathrm{m/s^2}$ gyorsulással mozog, a $t_o = 0$ kezdeti időpillanatban az $\vec{r}_o = (6\vec{e}_x + 4\vec{e}_z)\,\mathrm{m}$ helykoordinátával adott helyen tartózkodik és $\vec{v}_o = (5\vec{e}_x)\,\mathrm{m/s}$ kezdősebességgel bír.

a. Írja fel a tömegpont $\vec{I}$ impulzusát és az xyz KR A kezdőpontjára vonatkozó $\vec{\Pi}_A$ perdületét az idő függvényében!

b. Számítsa ki $t_1 = 2\,\mathrm{s}$ időpillanatban a tömegpont $\vec{I}_1$ impulzusát és $\vec{\Pi}_{A1}$ perdületét!

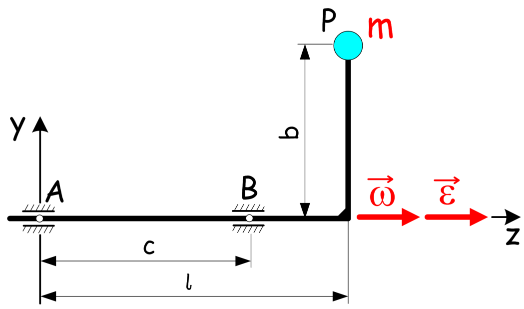


Megoldás:
$\vec{I}(t) = 75\vec{e}_x - 150t\vec{e}_z$, $\vec{\Pi}_A = (300 + 900t + 375t^2)\vec{e}_y$, $\vec{I}_1 = (75\vec{e}_x - 300\vec{e}_z)\,\dfrac{\mathrm{kgm}}{s}$, $\vec{\Pi}_{A1} = (3600\vec{e}_y)\,\dfrac{\mathrm{kgm}^2}{s}$

43 Az m tömegű TP egy csapágyakon forgó elhanyagolható tömegű rúdszerkezethez van rögzítve. A szerkezet pillanatnyi szögsebessége $\vec{\omega} = \omega\vec{e}_z$, szöggyorsulása $\vec{\varepsilon} = \varepsilon\vec{e}_z$.

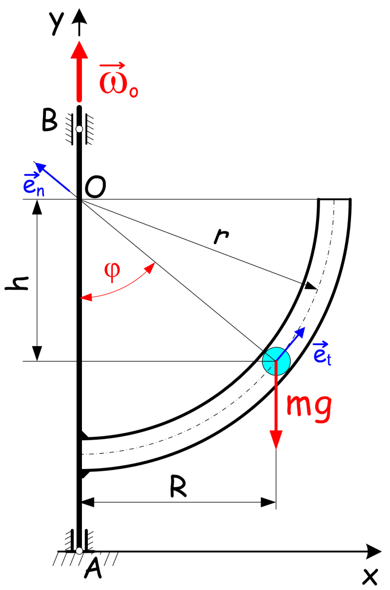
a. Adja meg a szerkezet $\vec{I}$ impulzusát és a koordinátatengelyekre számított Π_x, Π_y és Π_z impulzusnyomatékait adó képleteket, mint az m, ω és ε függvényeit!

b. Határozza meg a $\vec{K}$ kinetikai vektort és a koordinátatengelyekre számított D_x, D_y és D_z kinetikai nyomatékokat is!



Megoldás:
$\vec{I} = -mb\omega\vec{e}_x$, $\Pi_x = 0$, $\Pi_y = -mbl\omega$, $\Pi_z = mb^2\omega$,
$\vec{K} = -mb\varepsilon\vec{e}_x - mb\omega^2\vec{e}_y$,
$D_x = mbl\omega^2$, $D_y = -mbl\varepsilon$, $D_z = mb^2\varepsilon$

44 Az y tengely körül állandó $\vec{\omega}_o = (5\vec{e}_y)\,\mathrm{rad/s}$ szögsebességgel forgó $r = 0,5\,\mathrm{m}$ sugarú körív középvonalú, sima csőben elhelyezkedő $m = 6\,\mathrm{kg}$ tömegű TP a csőhöz képest pillanatnyi nyugalomban van. A TP kezdeti helyzetét az y tengelytől mért R sugárral is jellemezhetjük. $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$.

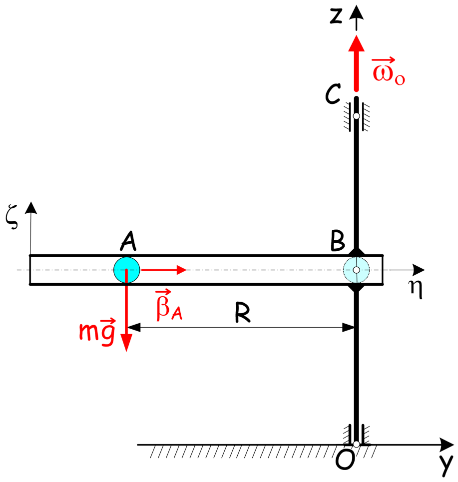


a. Határozzuk meg, hogy mekkora $R = R_o$ sugár esetén maradhat a TP a csőhöz képest tartós nyugalomban!

b. Mekkora a TP pillanatnyi $\vec{a}$ gyorsulása, ha $R = 0,4\,\mathrm{m}$?

Megoldás:
$R = 0,3\,\mathrm{m}$, vagy $(R \equiv 0)$, $\vec{a} = (-2\vec{e}_t)\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = (-1,2\vec{e}_x - 1,6\vec{e}_y)\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

45 Az O és C pontokban csapágyazott, függőleges tengely körül állandó $\vec{\omega}_o = (8\vec{e}_z)\,\mathrm{rad/s}$ szögsebességgel forgó sima belsejű csőben a beleillő $G = 50\,\mathrm{N}$ súlyú TP mozog. A vázolt helyzetben, $R = 0,5\,\mathrm{m}$ sugárnál a tömegpont csőhöz viszonyított sebessége $\vec{\beta}_A = (5\vec{e}_y)\,\mathrm{m/s}$.



a. Határozza meg a vázolt helyzetben lévő csőről az A pontban tartózkodó TP-ra ható $\vec{F}_A$ kényszererőt, és a TP $\vec{a}_A$ gyorsulását!

b. Mekkora lesz a B pontba jutó TP csőhöz viszonyított $\vec{\beta}_B$ sebessége?

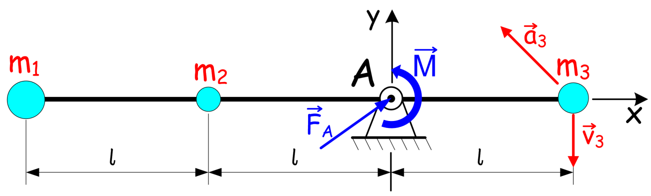
c. Számítsa ki azt a legkisebb $\vec{\beta}_A^{min}$ sebességet, mellyel a TP-ot indítva az már elmegy a B jelű pontig!

Megoldás:
$\vec{F}_A = (-400\vec{e}_x + 50\vec{e}_z)\,\mathrm{N}$, $\vec{a}_A = (-32\vec{e}_y)\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$,
$\vec{\beta}_B = (3\vec{e}_y)\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
$\vec{\beta}_A^{min} = (4\vec{e}_y)\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

46 A tömegpontrendszert (TPR) súlytalan rúdon elhelyezkedő és $m_1 = 16\,\mathrm{kg}$, $m_2 = 4\,\mathrm{kg}$ és $m_3 = 8\,\mathrm{kg}$ tömeggel bíró TP-ok alkotják ($l = 1,5\,\mathrm{m}$). Az m_3 tömegű TP vázolt helyzetben $\vec{v}_3 = (-3\vec{e}_y)\,\mathrm{m/s}$ pillanatnyi sebességgel és $\vec{a}_3 = (-6\vec{e}_x + 6\vec{e}_y)\,\mathrm{m/s^2}$ pillanatnyi gyorsulással rendelkezik. $\vec{g} = (-10\vec{e}_y)\,\mathrm{m/s^2}$.

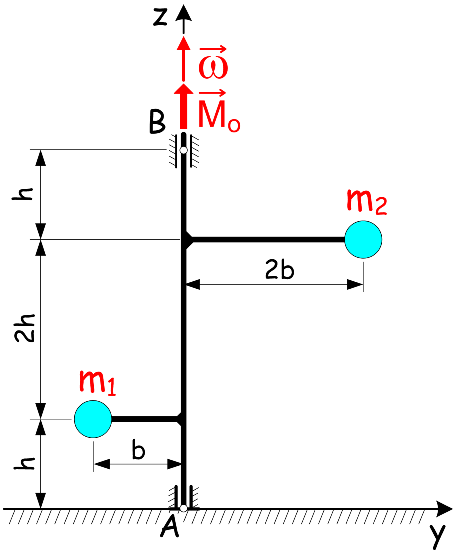
a. Számítsa ki a TPR $\vec{I}$ impulzusát és A pontra számított $\vec{\Pi}_A$ perdületét!

b. Számítsa ki az $\vec{F}_A$ csapágyerőt (támasztóerőt) és az $\vec{M}$ hajtónyomatékot!



Megoldás:
$\vec{I} = (84\vec{e}_y)\,\dfrac{\mathrm{kgm}}{s}$, $\vec{\Pi}_A = (-342\vec{e}_z)\,\dfrac{\mathrm{kgm}^2}{s}$, $\vec{F}_A = (168\vec{e}_x + 112\vec{e}_y)\,\mathrm{N}$, $\vec{M} = (264\vec{e}_z)\,\mathrm{Nm}$

47 Az $m_1 = 5\,\mathrm{kg}$ és $m_2 = 5\,\mathrm{kg}$ tömegpontokból és elhanyagolható tömegű rudakból összerakott merev rendszer a z tengely körül, csapágyakon forog. A vázolt pillanatnyi helyzetben a tömegpontok az yz síkba esők, és $\vec{\omega} = (2\vec{e}_z)\,\mathrm{rad/s}$ a TPR pillanatnyi szögsebessége. A tengely felső végén az ismert $\vec{M}_o = (0,75\vec{e}_z)\,\mathrm{Nm}$ hajtónyomaték biztosítja a hajtást. Az ellenállásoktól eltekintünk. $h = b = 0,1\,m$ és $\vec{g} = (-10\vec{e}_z)\,\mathrm{m/s}^2$.



a. Számítsa ki vázolt helyzetben a TPR $\vec{\varepsilon}$ szöggyorsulását!

b. Határozza meg a vázolt helyzetben az m_1 és m_2 tömegek $\vec{a}_1$ és $\vec{a}_2$ gyorsulásait!

c. Számítsa ki vázolt helyzetben az $\vec{F}_A$ és $\vec{F}_B$ csapágyerőket!

Megoldás:

$\vec{\varepsilon} = (3\vec{e}_z)\,\dfrac{rad}{s^2}$,

$\vec{a}_1 = (0,3\vec{e}_x + 0,4\vec{e}_y)\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, $\vec{a}_2 = (-0,6\vec{e}_x - 0,8\vec{e}_y)\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$,

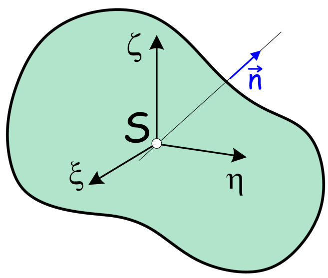
$\vec{F}_A = (0,375\vec{e}_x + 13\vec{e}_y + 100\vec{e}_z)\,N$, $\vec{F}_B = (-1,875\vec{e}_x - 15\vec{e}_y)\,\mathrm{N}$

48 Ismeretes egy merev test ξ, η és ζ súlyponti tehetetlenségi főtengelyeire számított $J_\xi = 5\,\mathrm{kgm}^2$, $J_\eta = 4\,\mathrm{kgm}^2$ és $J_\zeta = 2\,\mathrm{kgm}^2$ tehetetlenségi nyomaték, továbbá az $\vec{n} = -0,6\vec{e}_\xi + 0,8\vec{e}_\zeta$ egységvektor által kijelölt, S súlyponton átmenő n tengely.

a. Írja fel az S súlypontra számított $\underline{\underline{J}}_S$ tehetetlenségi tenzor mátrixát!

b. Adja meg a ξ tengelyhez tartozó $\vec{J}_\xi$ tehetetlenségi nyomatékvektort, valamint a $\underline{\underline{J}}_S$ tenzor diadikus alakját!

c. Számítsa ki az n tengelyre vonatkozó $\vec{J}_n$ tehetetlenségi nyomatékvektort, és az n tengelyre számított J_n tehetetlenségi nyomatékot!

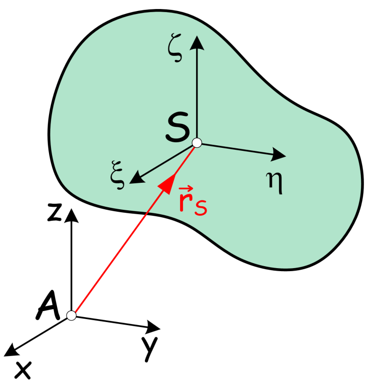


Megoldás:

$$[\underline{\underline{J}}_S] = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \mathrm{kgm}^2,\ \vec{J}_\xi = (5\vec{e}_\xi)\,\mathrm{kgm}^2,\ \underline{\underline{J}}_S = \vec{J}_\xi \circ \vec{e}_\xi + \vec{J}_\eta \circ \vec{e}_\eta + \vec{J}_\zeta \circ \vec{e}_\zeta$$

$$\vec{J}_n = (-3\vec{e}_\xi + 1,6\vec{e}_\zeta)\,\mathrm{kgm}^2,\ J_n = 3,08\,\mathrm{kgm}^2$$

49 Adott a merev test súlypontra számított tehetetlenségi tenzorának $[\underline{\underline{J}}_S] = \begin{bmatrix} 20 & 0 & 10 \\ 0 & 10 & 0 \\ 10 & 0 & 30 \end{bmatrix}$ kgm^2 mátrixa, S súlypont $\vec{r}_S = \vec{r}_{AS} = (0,4\vec{e}_y + 0,3\vec{e}_z)\,\mathrm{m}$ helyvektora, valamint a test $m = 1000\,\mathrm{kg}$ tömege.



a. Írja fel az η és az x tengelyekre vonatkozó J_η és J_x, továbbá az $\eta\zeta$, $\zeta\xi$ síkpárra vonatkozó $J_{\xi\eta}$, valamint az A pontra vonatkozó J_A tehetetlenségi nyomatékok értelmezését!

b. Számítsa ki az A pontra vonatkozó $\underline{\underline{J}}_A$ tehetetlenségi tenzor mátrixát!

c. Írja fel az y tengelyhez tartozó $\vec{J}_y$ tehetetlenségi vektort, majd az A pontra vonatkozó $\underline{\underline{J}}_A$ tehetetlenségi tenzor diadikus alakját!

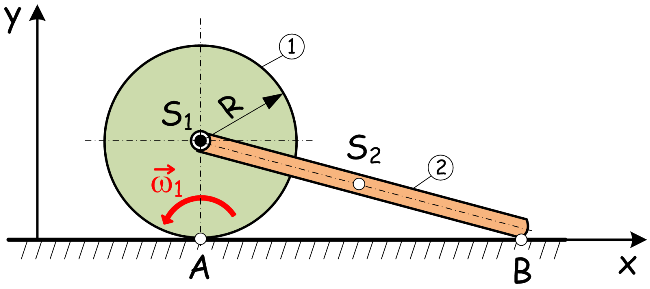
Megoldás:

$J_\eta = \int\limits_{(m)} (\xi^2 + \zeta^2)dm$, $J_x = \int\limits_{(m)} (y^2 + z^2)dm$, $J_{\xi\eta} = \int\limits_{(m)} (\xi\eta)dm$,

$J_A = \int\limits_{(m)} (x^2 + y^2 + z^2)dm$, $\vec{J}_y = (100\vec{e}_y - 120\vec{e}_z)\,\mathrm{kgm}^2$,

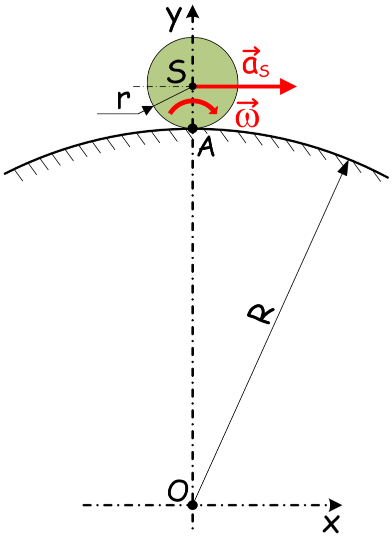
$$\underline{\underline{J}}_A = [(270\vec{e}_x + 10\vec{e}_z) \circ \vec{e}_x + \\ +(100\vec{e}_y - 120\vec{e}_z) \circ \vec{e}_y + (10\vec{e}_x - 120\vec{e}_y + 190\vec{e}_z) \circ \vec{e}_z]\,\mathrm{kgm}^2$$

50 Adott az ábrán vázolt, egymással kényszerkapcsolatban álló, merev testekből álló összetett szerkezet. Az 1 jelű henger ($R = 0,8\,\mathrm{m}$, $m_1 = 2\,\mathrm{kg}$, $J_{s1} = 1,4\,\mathrm{kgm}^2$) pillanatnyi $\omega_1 = 5\,\mathrm{rad/s}$ szögsebességgel tisztán gördülve halad, miközben a súlypontjához csuklóval kapcsolt $m_2 = 0,5\,\mathrm{kg}$ tömegű 2 jelű rudat vontatja. Határozza meg a szerkezet és egyes alkotó elemeinek mozgási energiáját!



Megoldás: $E = 37,5\,\mathrm{J}$, $E_1 = 33,5\,\mathrm{J}$, $E_2 = 4\,\mathrm{J}$

51 Az ábrán látható $R = 1\,\mathrm{m}$ sugarú hengerpaláston, mint kényszerpályán tisztán gördül az $r = 0,25\,\mathrm{m}$ sugarú és $m = 20\,\mathrm{kg}$ tömegű tömör henger, amely pillanatnyi mozgásállapotát $\vec{\omega} = (-4\vec{e}_z)\,\mathrm{rad/s}$ szögsebesség és $\vec{a}_{St} = (0,5\vec{e}_x)\,\mathrm{m/s}^2$ tangenciális gyorsulás ír le.



a. Számítsa ki a henger $\vec{I}$ impulzusát és $\dot{\vec{I}}$ impulzus deriváltját!

b. Számítsa ki a henger S súlypontra vett $\vec{\Pi}_S$ és O origóra számított $\vec{\Pi}_O$ perdületét!

c. Határozza meg a $\vec{K}$ kinetikai vektort és az S súlypontra számított $\vec{D}_S$ és O origóra számított $\vec{D}_O$ kinetikai nyomatékokat is!

Megoldás:

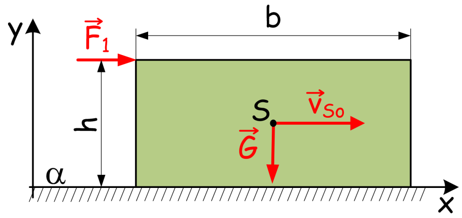
$$\vec{I} = (20\vec{e}_x)\,\frac{\mathrm{kgm}}{\mathrm{s}},\quad \dot{\vec{I}} = (10\vec{e}_x - 16\vec{e}_y)\,\frac{\mathrm{kgm}}{\mathrm{s}^2},\quad \vec{\Pi}_S = (-2,5\vec{e}_z)\,\frac{\mathrm{kgm}^2}{\mathrm{s}},\quad \vec{\Pi}_O = (-27,5\vec{e}_z)\,\frac{\mathrm{kgm}^2}{\mathrm{s}},$$

$$\vec{K} = (10\vec{e}_x - 16\vec{e}_y)\,\frac{\mathrm{kgm}}{\mathrm{s}^2},\quad \vec{D}_S = (-1,25\vec{e}_z)\,\frac{\mathrm{kgm}^2}{\mathrm{s}^2},\quad \vec{D}_O = (-13,75\vec{e}_z)\,\frac{\mathrm{kgm}^2}{\mathrm{s}^2}$$

52 Az α jelű, vízszintes, sima ($\mu = 0$) kényszerpályán adott t_o időpontban $v_{So} = 3\,\mathrm{m/s}$ sebességgel haladó mozgást végző hasábra ($h = 0,8\,\mathrm{m}$, $b = 2\,\mathrm{m}$) a $G = 800\,\mathrm{N}$ nagyságú súlyerő, valamint az xy síkban működő vízszintes irányú, ábrán adott helyen támadó $F_1 = 200\,\mathrm{N}$ nagyságú erő hat. $\vec{g} = (-10\vec{e}_y)\,\mathrm{m/s}^2$.

a. Határozza meg a hasáb S súlypontjának $\vec{a}_S$ gyorsulását, és $\vec{v}_S$ sebességét, mint az idő függvényét!

b. Számítsa ki a támasztó ER $\vec{F}_\alpha$ eredőjét és határozza meg annak A jelű támadáspontját (centrális egyenesének a x tengelyre eső döféspontját)!



c. Határozza meg azt a legnagyobb F_1^{max} erőt, amelynél még nem következik be a test felbillenése!

d. Válaszoljon az előző kérdésekre, ha $\mu = 0,2$, azaz érdes az α jelű kényszerpálya!

Megoldás:

$$\vec{a}_S = (2,5\vec{e}_x)\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2},\quad \vec{v}_S = (3 + 2,5t)\vec{e}_x,\quad \vec{F}_\alpha = (800\vec{e}_y)\,\mathrm{N},\quad x_{SA} = 0,1\,\mathrm{m},\quad F_1^{max} = (2000\vec{e}_x)\,\mathrm{N},$$

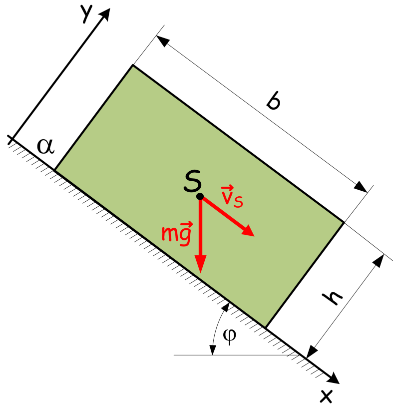
$$\vec{a}_S = (0,5\vec{e}_x)\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2},\quad \vec{v}_S = (3 + 0,5t)\vec{e}_x,\quad \vec{F}_\alpha = (-160\vec{e}_x + 800\vec{e}_y)\,\mathrm{N},\quad x_{SA} = 0,18\,\mathrm{m},\quad F_1^{max} = (1840\vec{e}_x)\,\mathrm{N},$$

53 Az $m = 200\,\text{kg}$ tömegű hasáb alakú ($h = 1\,m$, $b = 1,6\,m$) merev test az α jelű sima lejtőn a G súlyerő hatására lefelé csúszik. $g = 10\,\text{m/s}^2$. A lejtő a vízszintessel φ szöget zár be. $\sin\varphi = 0,6$, $\cos\varphi = 0,8$.

a. Számítsa ki a test S súlypontjának $\vec{a}_S$ gyorsulását!

b. Számítsa ki a támasztó ER $\vec{F}_\alpha$ eredőjét és határozza meg annak A jelű támadáspontját (centrális egyenesének a x tengelyre eső pontját)!

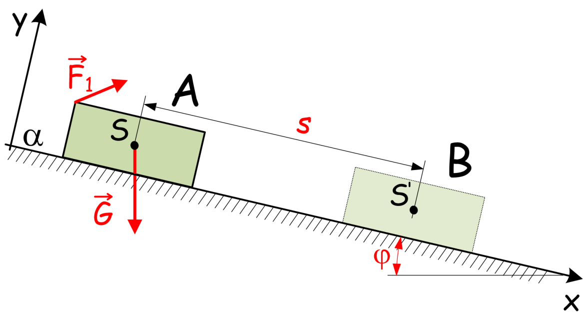
c. Döntse el, hogy a lejtő φ hajlásszögének növelésével bekövetkezhet-e a test felbillenése! Ha igen akkor mekkora φ_b szögnél?



Megoldás:
$\vec{a}_S = (6\vec{e}_x)\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $\vec{F}_\alpha = (1600\vec{e}_y)\,\text{N}$, $x_{SA} = 0$

Nem billenhet, de 90^o felett elválik a kényszerpályától.

54 Az $m = 12\,\text{kg}$ tömegű hasáb alakú merev test az α jelű érdes ($\mu = 0,15$) lejtőn mozog. A testre a G súlyerő, valamint az $\vec{F}_1 = (6\vec{e}_x + 8\vec{e}_y)\,\text{N}$ erő hat. $g = 10\,\text{m/s}^2$. A lejtő a vízszintessel $\varphi = 20^o$ szöget zár be.



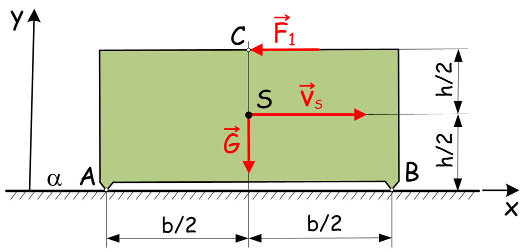
Határozza meg a testre ható erők munkáját, amelyet az A helyzetből $s = 3\,m$ utat megtéve B helyzetbe jutó testen végeznek!

Megoldás:
$W_G = 123,127\,\text{J}$, $W_{F_1} = 24\,\text{J}$, $W_{F_\alpha} = -47,143\,\text{J}$

55 Adott pillanatban $\vec{v}_S = (2,5\vec{e}_x)\,\text{m/s}$ sebességgel haladó, hasáb alakú ($h = 1\,\text{m}$, $b = 2\,\text{m}$) és $m = 800\,\text{kg}$ tömegű merev test alsó részének kialakítása olyan, hogy az α jelű vízszintes síkkal csak két z tengellyel párhuzamos alkotó mentén érintkezik. A súlyerőn kívül a C pontban ható $\vec{F}_1 = (-4\vec{e}_x)\,\text{kN}$ erő is támadja.

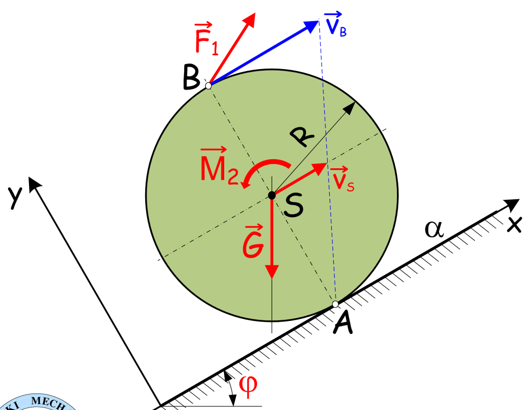
a. Számítsa ki a test S súlypontjának $\vec{a}_S$ gyorsulását, valamint $\vec{F}_A$ és $\vec{F}_B$ kényszererőket, ha $\mu = 0$!

b. Számítsa ki a test S súlypontjának $\vec{a}_S$ gyorsulását, valamint $\vec{F}_A$ és $\vec{F}_B$ kényszererőket, ha $\mu = 0,5$!



Megoldás:
$\vec{a}_S = (-5\vec{e}_x)\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $\vec{F}_A = (5000\vec{e}_y)\,\text{N}$, $\vec{F}_B = (3000\vec{e}_y)\,\text{N}$,
$\vec{a}_S = (-10\vec{e}_x)\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $\vec{F}_A = (-2000\vec{e}_x + 4000\vec{e}_y)\,\text{N}$, $\vec{F}_B = (-2000\vec{e}_x + 4000\vec{e}_y)\,\text{N}$

56 A $G = 100\,\text{N}$ súlyú és $R = 0,5\,\text{m}$ sugarú, homogén tömör korong $\varphi = 30^o$ hajlásszögű lejtőn tisztán gördül. A pillanatnyi helyzetben súlypontjának $\vec{v}_S = (2\vec{e}_x)\,\text{m/s}$ sebessége, valamint a ráható $\vec{M}_2 = (20\vec{e}_z)\,\text{Nm}$ nyomaték és $\vec{F}_1 = (60\vec{e}_x + 20\vec{e}_y)\,\text{N}$ erő ismert.

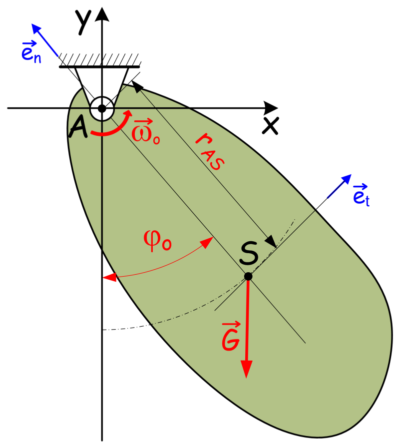


a. Határozza meg a korong $\vec{\varepsilon}$ pillanatnyi szöggyorsulását és az A pontban ébredő $\vec{F}_A$ támasztóerőt!

b. Határozza meg a vázolt helyzetben a korongra ható nyomaték és erővektorok P_{M_2}, P_G, P_{F_1} és P_{F_A} teljesítményét!

Megoldás:
$\vec{\varepsilon} = (-4\vec{e}_z)\,\dfrac{rad}{s^2}$, $\vec{F}_A = (10\vec{e}_x + 66,\dot{6}\vec{e}_y)\,\text{N}$,
$P_{M_2} = -80\,\text{W}$, $P_G = -100\,\text{W}$, $P_{F_1} = 240\,\text{W}$, $P_{F_A} = 0$

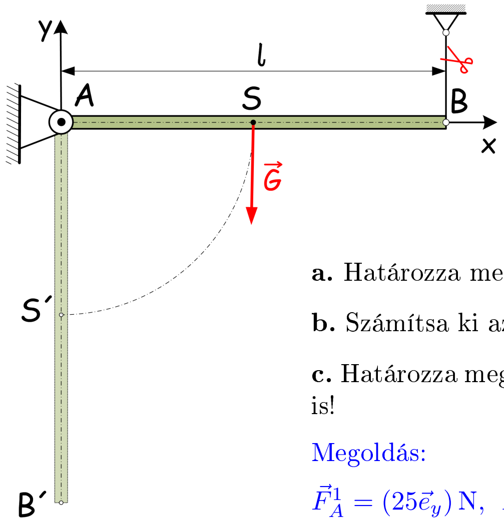
57 A $G = 100\,\mathrm{N}$ súlyú merev test S jelű súlypontja $r_{AS} = 0,2\,\mathrm{m}$ távolságra van az A ponton átmenő z tengelytől, mint fix forgástengelytől. A $\varphi_o = 60^o$ szöggel jellemzett helyzetben $\vec{\omega}_o = (4\vec{e}_z)\,\mathrm{rad/s}$ a test pillanatnyi szögsebessége. A merev test síkot merőlegesen az S ponton döfő s tengelyre számított $J_s = 0,15\,\mathrm{kgm}^2$ tehetetlenségi nyomatéka ismert. $\vec{g} = (-10\vec{e}_y)\,\mathrm{m/s}^2$.



a. Számítsa ki a test S súlypontjának $\vec{a}_S$ gyorsulását, valamint $\vec{F}_A$ csapágyerőt!

Megoldás:
$\vec{a}_S = (-6,3\vec{e}_t + 3,2\vec{e}_n)\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, $\vec{F}_A = (23,6\vec{e}_t + 82\vec{e}_n)\,\mathrm{N}$

58 A $G = 50\,\mathrm{N}$ súlyú, $l = 1,2\,\mathrm{m}$ hosszúságú prizmatikus rudat az A végén sima csukló a B végén pedig egy fonál segítségével a vízszintes helyzetben rögzítünk, majd a fonalat elvágjuk. $\vec{g} = (-10\vec{e}_y)\,\mathrm{m/s}^2$.



a. Határozza meg az $\vec{F}_A^1$ csapágyerőt elvágás előtt!

b. Számítsa ki az $\vec{F}_A^2$ csapágyerőt közvetlen elvágás után!

c. Határozza meg az $\vec{F}_A^3$ csapágyerőt a rúd elvágás utáni függőleges helyzetében is!

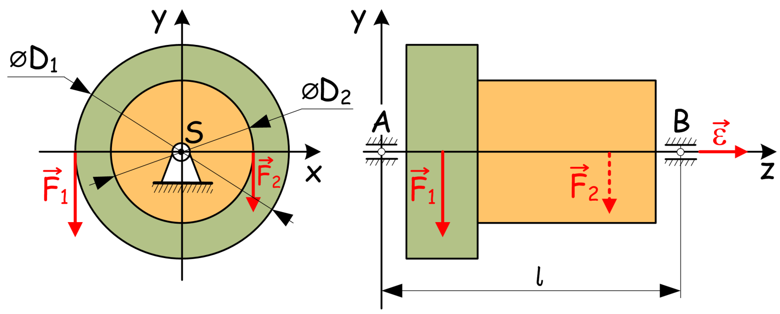
Megoldás:

$\vec{F}_A^1 = (25\vec{e}_y)\,\mathrm{N}$, $\vec{F}_A^2 = (12.5\vec{e}_y)\,\mathrm{N}$, $\vec{F}_A^3 = (125\vec{e}_y)\,\mathrm{N}$

59 Az ábrán látható két együtt forgó tömör hengerből ($D_1 = 0,4\,\mathrm{m}$, $G_1 = 4\,\mathrm{kN}$, $D_2 = 0,2\,\mathrm{m}$, $G_2 = 3\,\mathrm{kN}$) álló forgórészre ható $\vec{F}_2 = (-1,2\vec{e}_y)\,\mathrm{kN}$ erő ismert, míg $\vec{F}_1$ nagysága ismeretlen, iránya adott. $\vec{g} = (-10\vec{e}_y)\,\mathrm{m/s}^2$.

a. Mekkora F_1^ε erő esetén foroghat a merev forgórész $\vec{\varepsilon} = (5\vec{e}_z)\,\mathrm{rad/s}^2$ állandó szöggyorsulással?

b. Mekkora F_1^ω erő esetén foroghat a merev forgórész állandó szögsebességgel?



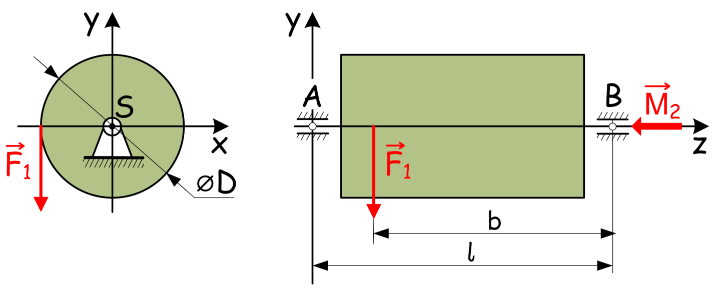
Megoldás:

$F_1^\varepsilon = 837,5\,\mathrm{N}$, $F_1^\omega = 600\,\mathrm{N}$

60 Az ábrán látható, csapágyazott tömör hengert a ráható $\vec{F}_1 = (-4\vec{e}_y)\,\mathrm{kN}$ erő és $\vec{M}_2 = (-0,8\vec{e}_z)\,\mathrm{kNm}$ nyomaték z tengely körül forgatja. $J_z = 40\,\mathrm{kgm}^2$, $D = 300\,\mathrm{mm}$, $l = 560\,\mathrm{mm}$, $b = 420\,\mathrm{mm}$.

a. Határozza meg az $\vec{\varepsilon}$ pillanatnyi szöggyorsulást és az A pontban ébredő $\vec{F}_A$, valamint a B pontban ébredő $\vec{F}_B$ csapágyerőket!

b. Mekkora t_1 idő alatt éri el a forgórész az $\omega_1 = 50\,\mathrm{rad/s}$ szögsebességet álló helyzetből, ha $\vec{F}_1$ és $\vec{M}_2$ közben állandó marad?

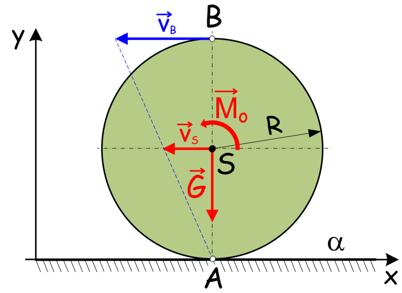


Megoldás: $\vec{\varepsilon} = (-5\vec{e}_z)\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}^2}$, $\vec{F}_A = (20777,78\vec{e}_y)\,\mathrm{N}$, $\vec{F}_B = (18777,78\vec{e}_y)\,\mathrm{N}$, $t_1 = 10\,\mathrm{s}$

61 Az $R = 0,3\,\mathrm{m}$ sugarú, $m = 20\,\mathrm{kg}$ tömegű kerékre ismert $\vec{M}_o = (36\vec{e}_z)\,\mathrm{Nm}$ nyomaték hat. A kerék tehetetlenségi nyomatéka a súlyponton átmenő, z tengellyel párhuzamos s tehetetlenségi főtengelyre $J_s = 1,2\,\mathrm{kgm}^2$. A kerék az α jelű érdes síkon $\vec{v}_S$ irányába gördül, a $\mu_o = 0,4$ nyugvásbeli és a $\mu = 0,3$ mozgásbeli súrlódási tényező ismert.

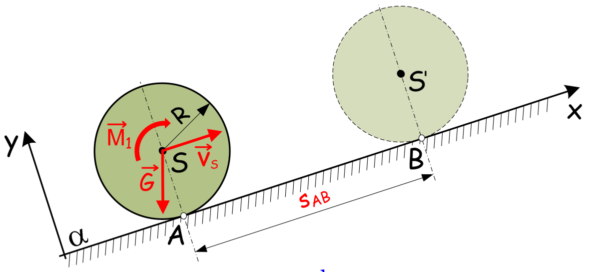
a. Számítsa ki a kerék $\vec{\varepsilon}$ pillanatnyi szöggyorsulását, valamint $\vec{F}_A$ támasztóerőt!

b. Mekkora lehet a nyomaték legnagyobb $M_o^{\max}$ értéke, hogy a kerék még éppen ne csússzon meg?



Megoldás:
$\vec{\varepsilon} = (12\vec{e}_z)\,\dfrac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}^2}$, $\vec{F}_A = (-72\vec{e}_x + 200\vec{e}_y)\,\mathrm{N}$, $\vec{M}_o = (40\vec{e}_z)\,\mathrm{Nm}$

62 Az $R = 0,5\,\mathrm{m}$ sugarú, $\vec{G} = (-100\vec{e}_x - 240\vec{e}_y)\,\mathrm{N}$ súlyú homogén körhenger a reá ható $M_1 = (-59\vec{e}_z)\,\mathrm{Nm}$ nyomaték hatására az érdes α lejtőn felfelé gördül ($\mu_o = 0,5$, $\mu = 0,4$). A gördülő ellenáll $f = 5\,\mathrm{mm}$ karja adott.



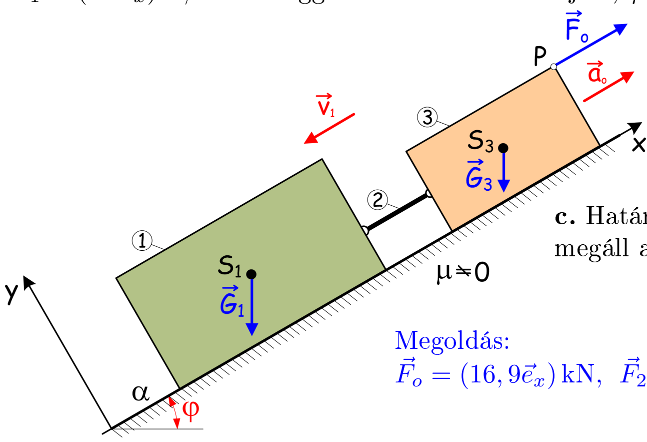
a. Számítsa ki a kerék $\vec{\varepsilon}$ pillanatnyi szöggyorsulását, valamint az $\vec{F}_A$ támasztóerőt!

b. Megcsúszik-e a kerék az adott M_1 nyomaték mellett?

c. Mekkora ω_A szögsebességgel kell indítani a kereket, ha $s_{AB} = 3,9\,\mathrm{m}$ út megtétele után $\omega_B = 4,9\,\mathrm{rad/s}$ a szögsebességet érje el?

Megoldás: $\vec{\varepsilon} = (-0,8\vec{e}_z)\,\dfrac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}^2}$, $\vec{F}_A = (110,4\vec{e}_x + 240\vec{e}_y)\,\mathrm{N}$, Nem csúszik meg. $\omega_A = 3,396\,\dfrac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$

63 Az 1 jelű, $m_1 = 2000\,\mathrm{kg}$ tömegű és 3 jelű, $m_3 = 1000\,\mathrm{kg}$ tömegű hasábokból és az azokat összekötő 2 jelű súlytalan rúdból álló rendszert állandó $\vec{a}_o = (1,5\vec{e}_x)\,\mathrm{m/s}^2$ gyorsulással fékeződik, miközben pillanatnyi $\vec{v}_1 = (-3\vec{e}_x)\,\mathrm{m/s}$ sebességgel csúszik lefele az α jelű, $\varphi = 30^o$ dőlésszögű, érdes ($\mu = 0,1$) lejtőn.



a. Számítsa ki a gyorsulás biztosításához szükséges $\vec{F}_o$ fékezőerőt!

b. Határozza meg az összetett szerkezetre működő összes külső és belső erőt!

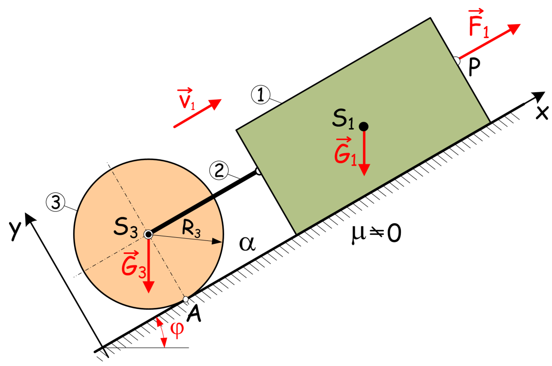
c. Határozza meg a $\Delta\vec{r}$ elmozdulást, mely után a szerkezet megáll a lejtőn?

Megoldás:
$\vec{F}_o = (16,9\vec{e}_x)\,\mathrm{kN}$, $\vec{F}_{21} = (11,27\vec{e}_x)\,\mathrm{kN}$, $\vec{F}_{\alpha 1} = (\sqrt{3}\vec{e}_x + 10\sqrt{3}\vec{e}_y)\,\mathrm{kN}$,
$\vec{F}_{\alpha 3} = (\dfrac{\sqrt{3}}{2}\vec{e}_x + 5\sqrt{3}\vec{e}_y)\,\mathrm{kN}$, $\Delta\vec{r} = (-3\vec{e}_x)\,\mathrm{m}$

64 Az 1 jelű, $G_1 = 600\,\mathrm{N}$ súlyú hasábból, az $R_3 = 0,5\,\mathrm{m}$ sugarú, $G_3 = 800\,\mathrm{N}$ súlyú, 3 jelű gördülő korongból és a 2 jelű súlytalan összekötő rúdból álló összetett szerkezet az érdes ($\varphi = 30^o$, $\mu = 0,1$) α jelű lejtőn felfelé $\vec{F}_1 = (1600\vec{e}_x)\,\mathrm{N}$ erővel vontatott.

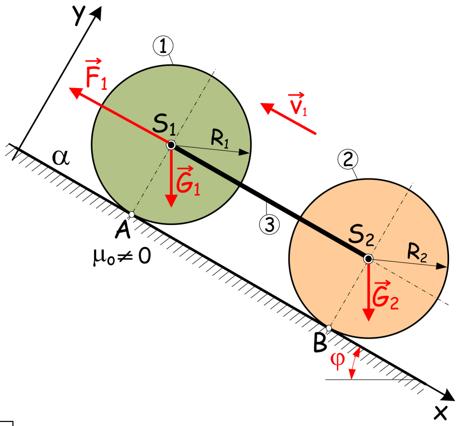
a. Határozza meg az 1 jelű test S_1 súlypontjának $\vec{a}_{S1}$ pillanatnyi gyorsulását!

b. Határozza meg az összetett szerkezetre működő összes külső és belső erőt!



Megoldás:
$\vec{a}_{S1} = (4,71\vec{e}_z)\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, $\vec{F}_{23} = (965,2\vec{e}_x)\,\mathrm{N}$,
$\vec{F}_A = (-188,45\vec{e}_x + 692,8\vec{e}_y)\,\mathrm{N}$,
$\vec{F}_{\alpha 1} = (-51,9\vec{e}_x + 519,6\vec{e}_y)\,\mathrm{N}$

65 Az 1 jelű, $m_1 = 800\,$kg tömegű és 2 jelű, $m_2 = 300\,$kg tömegű azonos $R_1 = R_2 = 0,4\,$m sugarú korongból és az összekötő 2 jelű súlytalan rúdból álló járműdinamikai modell $\vec{F}_1 = (-6\vec{e}_x)\,$kN erővel lejtőn ($\varphi = 10^o$) felfele vontatott. Feltevés szerint az álló helyzetből induló korongok tisztán gördülnek.



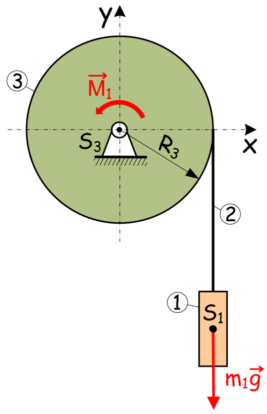
a. Számítsa ki a korongok $\vec{v}_{S1}$ és $\vec{v}_{S2}$ súlyponti sebességeit az indulástól számított $s = 30\,$m út megtétele után!

b. Határozza meg az összekötő rudat terhelő $\vec{F}_{13}$ erőt!

c. Számítsa ki a korongokra ható kényszererőket és a gördülésük biztosításához szükséges $\mu_{o\,\min}$ nyugvásbeli gördülési tényezőt!

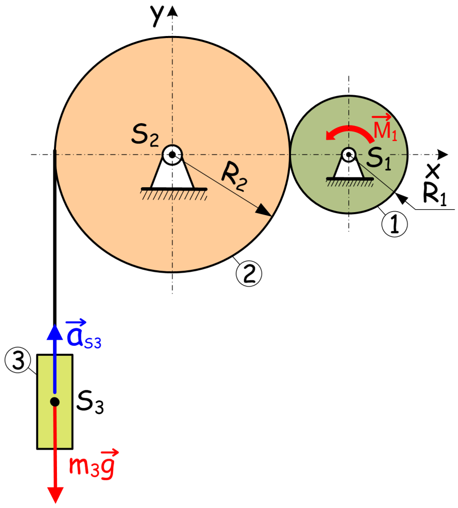
Megoldás:
$\vec{v}_{S1} = \vec{v}_{S2} = (-12,19\vec{e}_x)\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$, $\vec{F}_{13} = (1636\vec{e}_x)\,$N,
$\vec{F}_A = (991,6\vec{e}_x + 7878,46\vec{e}_y)\,$N, $\vec{F}_B = (371,85\vec{e}_x + 2954,4\vec{e}_y)\,$N

66 Az 1 jelű, $m_1 = 200\,$kg tömegű terhet a 3 jelű, $R_3 = 0,5\,$m sugarú és $J_s = 200\,\text{kgm}^2$ súlyponti tehetetlenségi nyomatékkal bíró dobra feltekeredő súlytalan, 2 jelű kötéllel emelik a dob tengelyén bevitt $M_o = 150\,$Nm nagyságú nyomatékkal.



Határozza meg az ábrán vázolt pillanatnyi helyzetben $v_o = 4\,$m/s sebességgel mozgó teher $t_1 = 2\,$s idő elteltével elért v_1 sebességét!

Megoldás: $v_1 = 0,6\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$



Megoldás:
$M_1 = 255\,$Nm, $t_3 = 5\,$s, $h_3 = 25\,$m,
$\vec{F}_{21} = (184\vec{e}_x + 460\vec{e}_y)\,$N

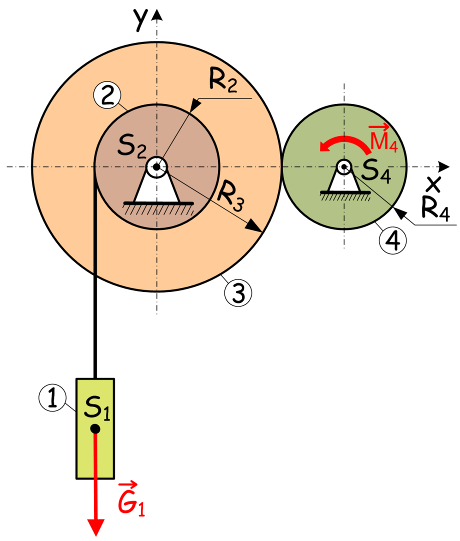
67 Az 1 jelű, $m_1 = 50\,$kg tömegű és $R_1 = 0,5\,$m sugarú hajtott forgórész csúszásmentes kapcsolata a 2 jelű, $m_2 = 100\,$kg tömegű és $R_2 = 1\,$m sugarú emelődobbal α kapcsolószöggel adott, azaz ismert a közöttük fellépő belső erő hatásvonalának a függőlegessel bezárt szögére a $\tan\alpha = 0,4$ összefüggés. A 3 jelű, $m_3 = 30\,$kg tömegű teher a 2 jelű dobhoz súlytalan, nyújthatatlan, tökéletesen hajlékony kötél segítségével csatlakozik. A teher pillanatnyi gyorsulása $a_{S3} = 2\,\text{m/s}^2$ előírt.

a. Határozza meg a teher előírt gyorsulását biztosító M_1 emelőnyomaték értéket!

c. Álló helyzetből indulva mennyi t_3 idő és mekkora h_3 magasság után éri el a teher a $v_{S3} = 10\,$m/s sebességet?

d. Határozza meg az $\vec{F}_{21}$ átadódó erőt!

68 Az emelőszerkezet modelljében a 2 jelű, $m_2 = 500\,$kg tömegű és $R_2 = 0,4\,$m sugarú tárcsa azonos tengelyen együtt forog a 3 jelű, $m_3 = 1000\,$kg tömegű és $R_3 = 0,8\,$m sugarú tárcsával, amelyet a 4 jelű, $m_4 = 375\,$kg tömegű és $R_4 = 0,4\,$m sugarú tárcsa $M_4 = 2480\,$Nm átadásával hajt. A 2 jelű tárcsához súlytalan, nyújthatatlan és tökéletesen hajlékony kötél kapcsolja az 1 jelű, $m_1 = 1000\,$kg tömegű terhet.

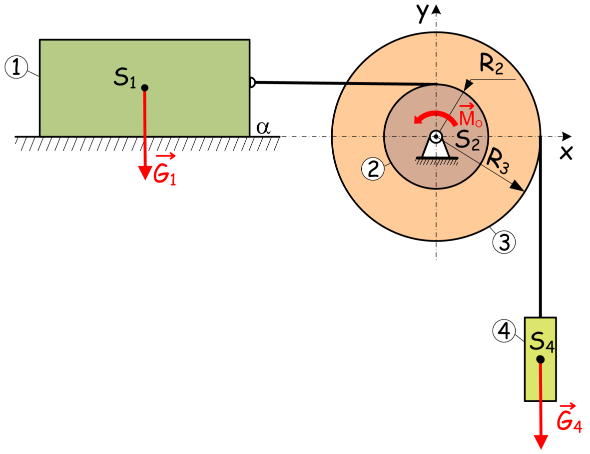


a. Határozza meg a 2 jelű tárcsa $\vec{\varepsilon}_2$ szöggyorsulását!

b. Számítsa ki a kötélben fellépő kötélerő F_{21} nagyságát!

Megoldás: $\vec{\varepsilon}_2 = (-1,5\vec{e}_z)\,\dfrac{rad}{s^2}$, $F_{21} = 10,6\,$kN

69 A szerkezet modelljét az 1 jelű, $m_1 = 200\,\text{kg}$ tömegű, csúszó ($\mu = 0,2$) hasáb alakú test, a 2 és 3 jelű közös tengely körül, együtt forgó tárcsák ($R_2 = 0,2\,\text{m}$, $R_3 = 0,4\,\text{m}$), valamint a 4 jelű, $m_4 = 200\,\text{kg}$ tömegű teher alkotja. Az 1 jelű testet a 2 jelű tárcsához, a 4 jelű testet a 3 jelű tárcsához nyújthatatlan és tökéletesen hajlékony, a tárcsákon meg nem csúszó kötelek kapcsolják. A két tárcsa együtt $J_{s_2} = 26\,\text{kgm}^2$ tehetetlenségi nyomatékkal bír az s_2 jelű tengelyre.

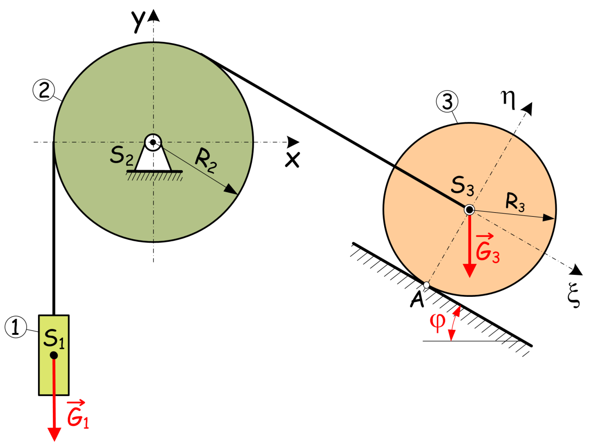


a. Határozza meg mekkora $\vec{M}_2$ nyomaték szükséges a 4 jelű test állandó sebességű mozgatásához!

b. Az $\vec{M}_2 = (390\vec{e}_z)\,\text{Nm}$ esetében számítsa ki az $\vec{a}_{S4}$ gyorsulást, valamint az F_{21} és az F_{34} kötélerőket!

Megoldás:
$\vec{M}_2 = (720\vec{e}_z)\,\text{Nm}$,
$\vec{a}_{S_4} = (-2\vec{e}_y)\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $F_{21} = 600\,\text{N}$, $F_{34} = 1600\,\text{N}$

70 Az $m_1 = 50\,\text{kg}$ tömegű terhet a 2 jelű, S_2 súlypontban csapágyazott homogén tárcsa ($m_2 = 200\,\text{kg}$, $R_2 = 0,5\,\text{m}$) kerületén átvetett és rajta meg nem csúszó tökéletes kötéllel összekapcsoljuk a 3 jelű, lejtőn ($\varphi = 30^o$) tisztán gördülő, homogén korong ($m_3 = 200\,\text{kg}$, $R_3 = 0,4\,\text{m}$) S_3 jelű súlypontjával.

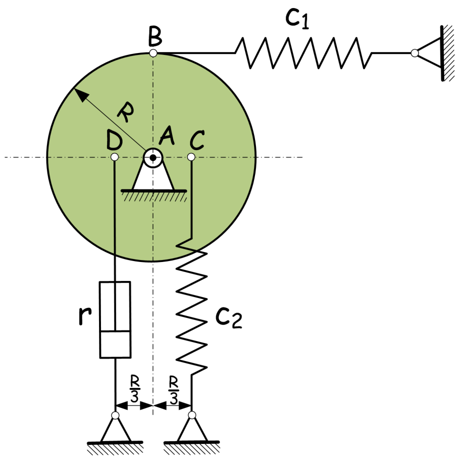


a. Számítsa ki a teher S_1 jelű súlypontjának $\vec{a}_{S_1}$ gyorsulását!

b. Határozza meg az F_{21} kötélerőt!

c. Számítsa ki a 3 jelű gördülő korong $\vec{\varepsilon}_3$ pillanatnyi szöggyorsulását, valamint az $\vec{F}_A$ támasztóerőt!

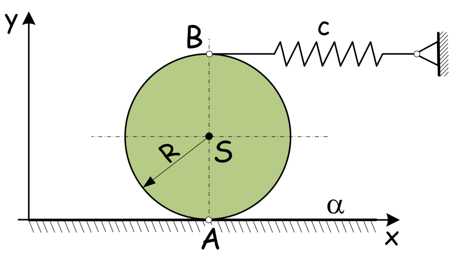
Megoldás:
$\vec{a}_{S_1} = (1,\dot{1}\vec{e}_y)\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$,
$F_{21} = 555,\dot{5}\,\text{N}$,
$\vec{\varepsilon}_3 = (-2.\dot{7}\vec{e}_z)\,\dfrac{\text{rad}}{\text{s}^2}$, $\vec{F}_A = (111.\dot{1}\vec{e}_\xi + 1732,05\vec{e}_\eta)\,\text{N}$



71 A súlypontján átmenő tengelyen csapágyazott, m tömegű és R sugarú, homogén korong a hozzákapcsolt kapcsolt két rugóval és csillapítással egy rezgésre képes rendszert alkot. Írja fel a rendszer kis rezgéseinek mozgásegyenletét!

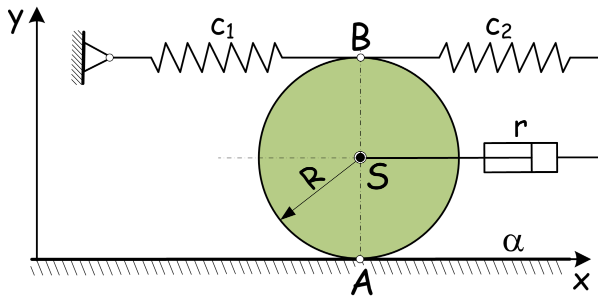
Megoldás: $\ddot{\varphi} + \dfrac{rR^2}{9J_a}\dot{\varphi} + (\dfrac{R^2}{J_a c_1} + \dfrac{R^2}{9J_a c_2})\varphi = 0$

72 Az ábrán vázolt R sugarú, m tömegű, homogén korong az érdes síkon csúszás nélkül gördülhet, míg egy rugóval kötjük álló testhez. Írja fel a rendszer kis rezgéseinek mozgásegyenletét!



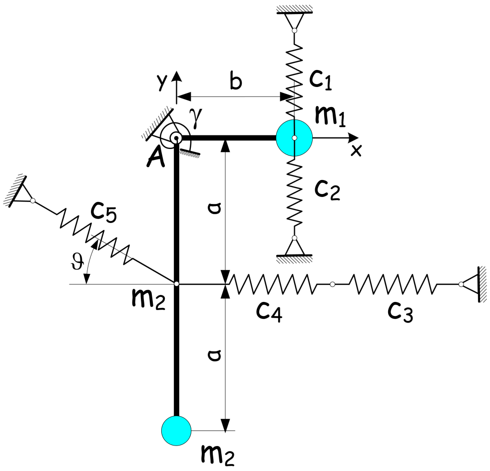
Megoldás: $\ddot{x} + \dfrac{8}{3mc}x = 0$, $\ddot{\varphi} + \dfrac{4R^2}{J_a c}\varphi = 0$

73 Az ábrán vázolt R sugarú, m tömegű, homogén korong csúszás nélkül gördülhet. Írja fel a rendszer kis rezgéseinek mozgásegyenletét!



Megoldás: $\ddot{\varphi} + \frac{rR^2}{J_a}\dot{\varphi} + \frac{4R^2}{J_a}(\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2})\varphi = 0$

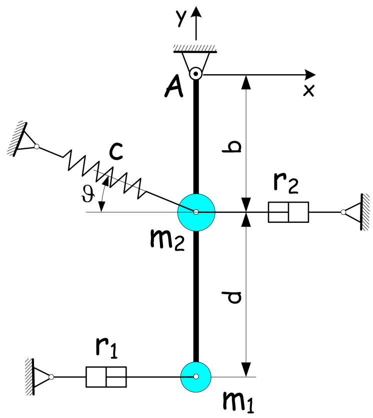
74 A b illetve a $2a$ hosszúságú, súlytalan, merev rudakból és m_1, m_2 tömegpontokból álló szerkezet az A ponti csukló körül foroghat. Írja fel a rendszer kis rezgéseinek mozgásegyenletét!



Megoldás:

$$\ddot{\varphi} + \frac{1}{J_a}[(\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2})b^2 + \frac{1}{c_3 + c_4}a^2 + \frac{a^2 \cos^2 \vartheta}{c_5} + \frac{1}{\gamma}]\varphi = 0$$

75 Az ábrán vázolt $(b+d)$ hosszúságú súlytalan merev rúd az A ponti csukló körül foroghat. Írja fel a rendszer kis rezgéseinek mozgásegyenletét!

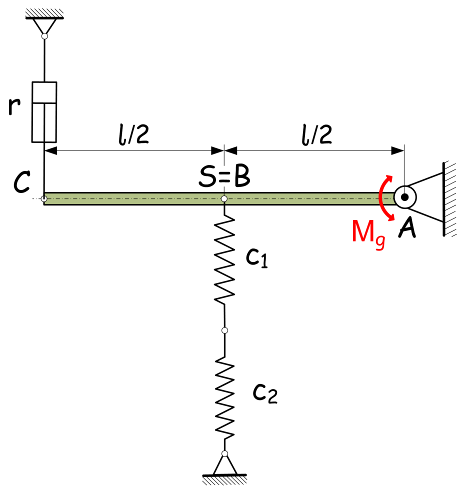


Megoldás:

$$\ddot{\varphi} + \frac{1}{J_a}[r_1(b+d)^2 + r_2 b^2]\dot{\varphi} + \frac{b^2 \cos^2 \vartheta}{J_a c}\varphi = 0,$$

$$J_a = m_1(b+d)^2 + m_2 b^2$$

76 Az l hosszúságú, m tömegű, homogén, merev rúd az A ponti csukló körül foroghat. Írja fel a rendszer kis rezgéseinek mozgásegyenletét!



Megoldás: $\ddot{\varphi} + \frac{rl^2}{J_a}\dot{\varphi} + \frac{l^2}{4(c_1 + c_2)J_a}\varphi = \frac{M_g}{J_a}$, $J_a = \frac{1}{3}ml^2$