

MINTAFELADATOK

1. Hasáb ábrázolása:

Adott az m egyenes, a rá nem illeszkedő A pont. Képsíktranszformációval szerkessze meg annak a négyzet alapú egyenes gúlának a vetületeit, amelynek magasságvonala az m egyenes, és az alpnégyzetének az egyik csúcspontja A . Ábrázolja a hasábtestet láthatóság szerint!

Megoldás: az m magasságegyenes vetítősugárrá transzformálásával.

- Az általános helyzetű m egyenes a K_4 képsíkkal párhuzamos egyenessé az $x_{14} \parallel m^I$ megválasztásával transzformálható.
- Az m egyenes ötödik vetítősugárrá transzformálása az $x_{45} \perp m^{IV}$ megválasztásával, a K_4 negyedik képsíkhhoz kapcsolt K_5 ötödik képsík bevezetésével végezhető el.

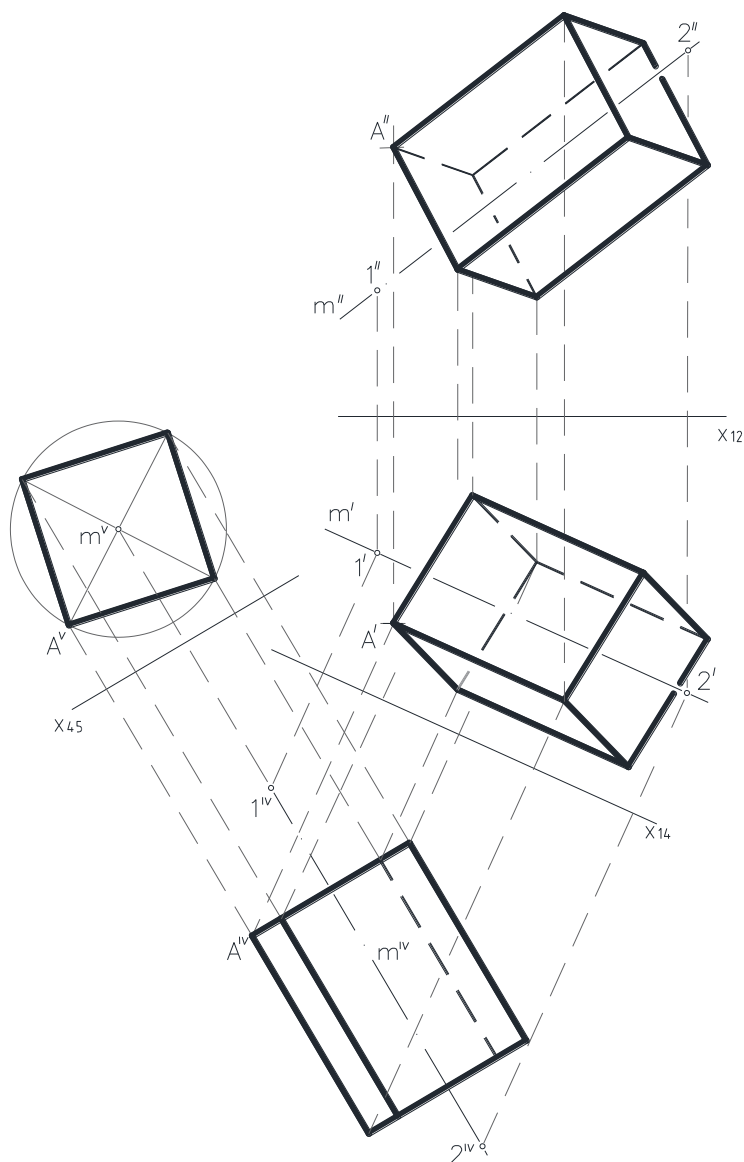
A $\{K_4; K_5\}$ képsíkrendszerben szerkesztendő meg a hasáb ötödik és negyedik képe:

- A K_5 képsíkkal párhuzamos alapsíkban az alpnégyzet megszerkeszthető az $m^V (\equiv K^V)$ -re illeszkedő középpontja és az A^V csúcspontja ismeretében.
- Az alpnégyzet síkja merőleges a $K_4 \parallel m$ magasságegyenesre, ezért V_4 negyedik vetítősík állású. Az alapsík élben látszó negyedik képe illeszkedik az A^{IV} negyedik képre és $V_4^{IV} \perp m^{IV}$. Az alpnégyzet további csúcspontjait ötödik képről az élben látszó V_4^{IV} -re rendezendő.
- Az oldalélek az alpnégyzet csúcspontjainak negyedik képéből az m magasságegyenessel párhuzamosan megrajzolhatók, és mivel a K_4 képsíkkal párhuzamosak, a magasság valódi nagysága - az alapél másfélszerese - felmérhető rájuk.

A $\{K_1; K_2\}$ képsíkrendszerben szerkesztendő meg a hasáb első és második képe:

- A hasáb az ötödik kép elhagyásával transzformálható a $\{K_4; K_1\}$ képsíkrendszer első képsíkjára.
- A hasáb negyedik képének elhagyásával transzformálható a $\{K_1; K_2\}$ képsíkrendszer második képsíkjára.

A hasáb kitérő éleinek láthatósága egy-egy fedőpontpár ellenkező rendezőinek összevetéséből állapítandók meg.

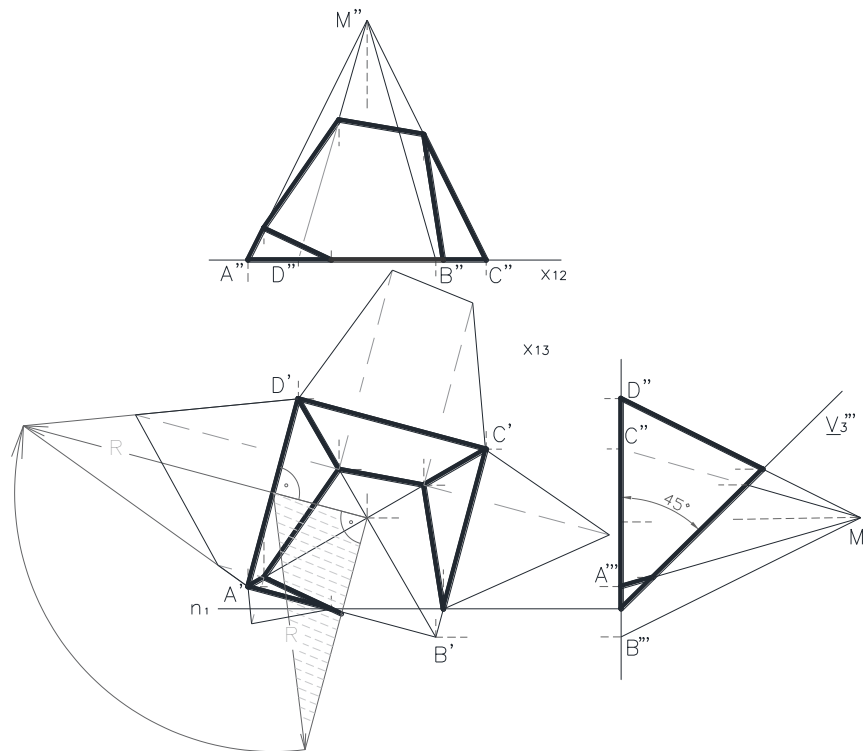


2. Gúla síkmetszése és palástjának kiterítése

Adott: a K_1 képsíkon álló, négyzet alapú egyenes gúla. Készítse el a gúla síkmetszését egy V_3 harmadik vetítősíkkal, amelynek az α_1 első képsíkszöge 45° ! Tüntesse fel az alapsík és a metszősík közé eső **palástrész** láthatóságát! Készítse el a palást kiterítését!

Megoldás: A V_3 harmadik vetítősík első nyomvonala $n_1 \parallel x_{1,2}$ (és az alpnégyzetet a példánkban elmetszi).

- A K_1 első képsík és a hozzá kapcsolt K_3 harmadik képsík metszésvonala az $x_{1,3} \perp x_{1,2}$.
- A K_3 képsíkon a metsző sík harmadik vetítősík ($n_3''' \equiv V_3'''$) és a szintén élben látszó első képsík ($x_{1,3} \equiv K_1'''$) által bezárt hajlásszög 45° .
- A gúla K_1 első képsíkra illeszkedő alpnégyzetének harmadik képe illeszkedik az $x_{1,3}$ tengelyre.
 - Az M csúcspontnak a K_1 első képsíkhoz viszonyított magassága a második és a harmadik képen is valódi nagyságban látszik, tehát $|M'' x_{1,2}| = |M''' x_{1,3}|$.
- A K_3 képsíkon a gúla oldaléleinek és a metsző sík (V_3''') élben látszó képének közös pontjai meghatározzák a síkmetszet harmadik képét.
- A síkmetszet harmadik képének csúcspontjait rendezve az első, majd a második képre létrejön a síkmetszet felül- és elől-nézete.
- A palást kiterítése a gúla oldallapjainak a megfelelő alapélei körül történő első képsíkba forgatással határozható meg.



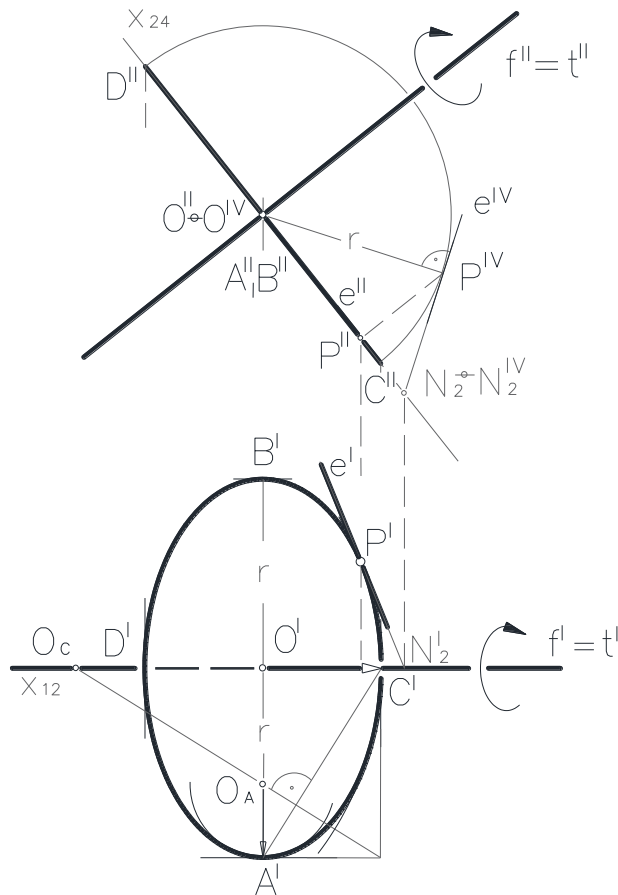
3. Körtárcsa ábrázolása

Adott: t frontális helyzetű egyenes és egy rá nem illeszkedő P pont.

Ábrázolja azt a t frontális tengelyű körtárcsát, melynek a P pont egy kerületi pontja! Szerkessze meg a kör első képellipszisének AB nagy- és CD kistengelyét, a tengelyvégpontokban az érintőket és a hiperoszkuláló köröket, valamint a P pontjában az e érintőjét! Rajzolja meg az első képellipszist, majd ábrázolja a körtárcsa és a tengelye láthatóságát!

Megoldás: Első lépésben meghatározandó a körtárcsa V_2 második vetítősíkja, mely a K_2 -vel párhuzamos tengelyének t'' képére merőleges, és illeszkedik a P pontjának a P'' második képére.

- A körtárcsa K középpontja V_2 síkjának és t tengelyének közös pontja második képen kijelölhető, azaz $P'' \equiv V_2'' \cap t''$.
- A $V_2 \equiv K_4$ megválasztása esetén $V_2'' \equiv X_{2,4}$.
- A K_4 negyedik képsíkra transzformálható a körtárcsa K középpontja a P kerületi pontjával, majd a $|K^{IV}P^{IV}|=r$ sugarú kör negyedik képe is megrajzolható.
- A kör második képe a $|K''C''|=|K''D''|=r$ alapján egy K középpontú, $d=2 \cdot r$ átmérőjű szakasz.
- A V_2 második vetítősíkban lévő kör első képellipszisének A' és B' nagytengelyvégpontjai a K' középponton átmenő, függőleges helyzetű horizontálisra illeszkednek, és a $|K'A'|=|K'B'|=r$ azonosság teljesülésével kijelölhetők.
- A kör első képellipszisének C és D kistengelyvégpontjai a kör síkjának a K középpontra illeszkedő első esésvonalára illeszkednek, ami merőleges a függőleges helyzetű horizontálisra.
- A körvonal P pontjában az e érintő meghatározása a negyedik képen elvégezhető, majd az e érintő N_2 nyompontját az első képre transzformálva a felülnézete is meghatározható.
- Az első képellipszis tengelyvégpontjaiban a „negyed érintő” téglalap átlójára merőleges egyenessel a hiperoszkuláló köreinek középpontjai a tengelyek egyenesén meghatározhatók.
- A láthatóság a fedőpontok ellenkező rendezőinek összevetésével állapítandó meg.



4. Kúp síkmetszése parabolában

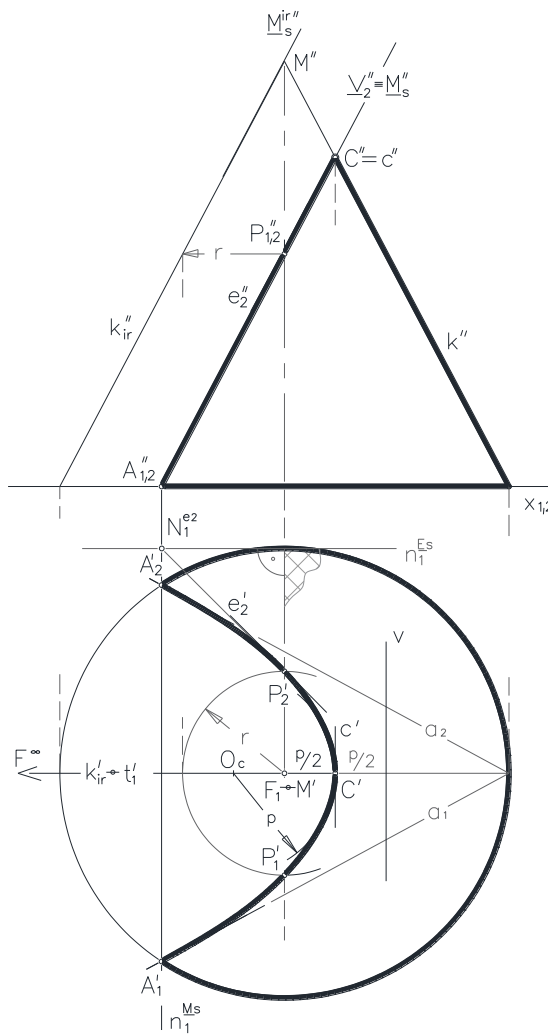
Feladat: Készítse el egy K_1 képsíkon álló, első vetítősugar tengelyű forgáskúp és egy V_2 második vetítősík parabola metszetét!

Megoldás: A kúp k_{ir} második kontúralkotójára illeszkedő irány síkkal párhuzamos a metszősík, ezért $k_{ir}'' \parallel V_2''$.

A kúpnak és a második vetítősík helyzetű metsző síknak a kúp tengelyére illeszkedő F frontális sík közös szimmetriasíkja, így a síkmetszet parabolának is az. A merőleges vetítés tulajdonságai miatt az F közös szimmetriasík F' első képe szimmetria tengelye a síkmetszet első képének, azaz az első képparabolának.

Az első képparabolának

- a t_1 tengelye a V_2 helyzetű metsző síkkal párhuzamos k_{ir} második kontúralkotó k_{ir}' első képével fedésben lévő K_1 képsíkra illeszkedő egyenes.
- az F_1 fókusza a speciális elhelyezkedés miatt (analitikus úton igazoltan) azonos a kúp csúcspontjának M' első képével.
- a C' csúcspontja nem más, mint első képe a V_2 és azt a végesben dőő második kontúralkotó közös C pontjának.
- a C' csúcspontjában a c' érintője metszésvonala a második vetítősík helyzetű metsző síknak és a C csúcspontban szintén második vetítősík helyzetű érintősíknak, ezért a c második vetítősugar, aminek első képeként függőleges helyzetű.
- a v vezéregyenes a t_1 tengelyre merőleges, és mivel a C' csúcspont felezi az F_1 fókusz és a v vezéregyenes távolságát a parabola definíciójából következően, az F_1 -nek a C' -re vonatkozó tükörképén megy át.
- a profilalkotókra illeszkedő pontjai szeleteléssel szerkesztendő.
- a P_2 pontjában az e_2 érintője a metszősíkknak és a kúp p_2 profilalkotóhoz tartozó érintősíknak a metszésvonalaként szerkesztendő oly módon, hogy az e_2 érintő P_2 pontjához meghatározható érintősík n_1^{Es} első nyomvonalára és a metszősík n_1^{Ms} első nyomvonalára a K_1 képsík N^{e2}_1 első nyompontjában metszik egymást. Az e_2' érintő illeszkedik a P_2' és az N^{e2}_1 pontokra.
- a C csúcspontjában az O_c középpontú hiperoszkuláló körének a p sugara azonos parabola p paraméterével, azaz az F_1 fókusz és a v vezéregyenes távolságával.



5. Forgáskúp és forgáshenger áthatása

Feladat: Készítse el egy K_1 képsíkon álló, első vetítősugar tengelyű forgáskúp és egy K_2 második képsíkon álló, második vetítősugar tengelyű forgáshenger *egy önmetszéspontot tartalmazó* áthatását!

Megoldás:

- A kúp második kontúralkotójának és a henger második kontúrkörének közös érintkező pontja az **O** önmetszéspont.
- A kúp tengelyére merőleges, a K_1 képsíkon elhelyezett alapsíkja felett d magasságra lévő **H** (horizontális helyzetű és egyben szeletelő) sík a kútból ρ sugarú kört, a hengerből a h_1 és a h_2 alkotókat metszi ki, melyek első képen kijelölhető közös pontjai mindkét felületre illeszkednek, azaz áthatási pontok.
- Az áthatási görbe egy-egy pontjában - a kúpfelületre és a hengerfelületre egyaránt illeszkedő pontban - az érintő a kúpfelület E_s^k és a hengerfelület E_s^h érintősíkjának a metszésvonalaként határozandó meg, vagyis $e \equiv E_s^k \cap E_s^h$. A **P** áthatási pontban a kúp E_s^k érintősíkja a **P** pontot tartalmazó kúpalkotó és annak alapkörpontjában az alapkör n_1^k érintője által határozható meg, míg a henger E_s^h érintősíkja a második vetítőhenger második képét a **P** pontban érintő második vetítősík által adható meg. Tehát az e érintő második képe illeszkedik az $E_s^{h''} \equiv n_2^h$ -ra. A **P** pontban a henger második vetítősík helyzetű érintősíkjának n_1^h első nyomvonala merőleges az x_{12} -re. A kúp érintősíkjának n_1^k első nyomvonala a **P** pontot tartalmazó kúpalkotó alapkörön lévő pontjában a kúp alapkörének érintője. Az érintő első nyompontja az érintősíkok első nyomvonalainak a K_1 képsíkon lévő metszéspontja, azaz $N_1^e \equiv n_1^k \cap n_1^h$. Az e érintő illeszkedik az N_1^e és a **P** pontra, ezáltal az első képe megrajzolható.
- Az áthatásnak a henger első kontúrjára illeszkedő **1, 2** pontjaiban a henger érintősíkja a henger kontúralkotójára illeszkedő első vetítősík, így erre illeszkedően rajzolhatók meg vastag vonallal az érintők első képei.
- Az áthatásnak a kúp kontúralkotójára illeszkedő **3, 4** pontjában a henger és a kúp érintősíkja is második vetítősík helyzetű, ezért a metszésvonaluk második vetítősugar állású.
- Az áthatás legalsó pontjai az **5, 6** pontok illeszkednek a K_1 képsíkra helyezett kúp alapkörére és a felvételkor szintén a K_1 képsíkra helyezett henger tengelyével fedésben lévő hengeralkotóra.

